



Водич кроз математичку изложбу

приручник
(верзија од 6.12.2023.)



Sufinansira
Evropska unija

Садржај

УВОД	4
КОЦКЕ ЗА ЦРТАЊЕ	5
ПОТРЕБАН МАТЕРИЈАЛ	5
АКТИВНОСТ/ПОСТУПАК	5
ПРОДУБЉИВАЊЕ ТЕМЕ КРОЗ ДАЉА ИСТРАЖИВАЊА	5
МАТЕМАТИКА КОЈА СЕ КРИЈЕ У ОСНОВИ ЕКСПОНАТА	5
ПРЕНОСИВЕ ВЕШТИНЕ	5
ТРЕШЊИЦЕ	6
ПОТРЕБАН МАТЕРИЈАЛ	6
АКТИВНОСТ/ПОСТУПАК	6
ПРОДУБЉИВАЊЕ ТЕМЕ КРОЗ ДАЉА ИСТРАЖИВАЊА	6
МАТЕМАТИКА КОЈА СЕ КРИЈЕ У ОСНОВИ ЕКСПОНАТА	6
ДАБРОВА БРАНА	7
ПОТРЕБАН МАТЕРИЈАЛ	7
АКТИВНОСТ/ПОСТУПАК	7
ПРОДУБЉИВАЊЕ ТЕМЕ КРОЗ ДАЉА ИСТРАЖИВАЊА	7
МАТЕМАТИКА КОЈА СЕ КРИЈЕ У ОСНОВИ ЕКСПОНАТА	7
ПРЕНОСИВЕ ВЕШТИНЕ	7
КЛАЦКАЛИЦА	8
ПОТРЕБАН МАТЕРИЈАЛ	8
АКТИВНОСТ/ПОСТУПАК	8
ПРОДУБЉИВАЊЕ ТЕМЕ КРОЗ ДАЉА ИСТРАЖИВАЊА	8
МАТЕМАТИКА КОЈА СЕ КРИЈЕ У ОСНОВИ ЕКСПОНАТА	8
ПРЕНОСИВЕ ВЕШТИНЕ	8
У ПОТРАЗИ ЗА РАВНОТЕЖОМ	9
ПОТРЕБАН МАТЕРИЈАЛ	9
АКТИВНОСТ/ПОСТУПАК	9
ПРОДУБЉИВАЊЕ ТЕМЕ КРОЗ ДАЉА ИСТРАЖИВАЊА	9
МАТЕМАТИКА КОЈА СЕ КРИЈЕ У ОСНОВИ ЕКСПОНАТА	9
ПРЕНОСИВЕ ВЕШТИНЕ	9
ХАЈДЕ ДА БРОЈИМО	10
ПОТРЕБАН МАТЕРИЈАЛ	10

АКТИВНОСТ/ПОСТУПАК	10
ПРОДУБЉИВАЊЕ ТЕМЕ КРОЗ ДАЉА ИСТРАЖИВАЊА	10
МАТЕМАТИКА КОЈА СЕ КРИЈЕ У ОСНОВИ ЕКСПОНАТА	10
ПРЕНОСИВЕ ВЕШТИНЕ	10
ПРАВИМО КИШОБРАНЕ	11
ПОТРЕБАН МАТЕРИЈАЛ	11
АКТИВНОСТ/ПОСТУПАК	11
ПРОДУБЉИВАЊЕ ТЕМЕ КРОЗ ДАЉА ИСТРАЖИВАЊА	11
МАТЕМАТИКА КОЈА СЕ КРИЈЕ У ОСНОВИ ЕКСПОНАТА	11
ПРЕНОСИВЕ ВЕШТИНЕ	11
СРЦЕ НА НЕБУ	12
ПОТРЕБАН МАТЕРИЈАЛ	12
АКТИВНОСТ/ПОСТУПАК	12
ПРОДУБЉИВАЊЕ ТЕМЕ КРОЗ ДАЉА ИСТРАЖИВАЊА	12
МАТЕМАТИКА КОЈА СЕ КРИЈЕ У ОСНОВИ ЕКСПОНАТА	12
ПРЕНОСИВЕ ВЕШТИНЕ	12

Ова књижица је настала на енглеском језику као резултат здруженог напора свих партнера на пројекту.
Превод на српски језик: Александра Равас
Стручна редакција српског текста: Драгана Стошић Миљковић
Лектура и коректура српског текста: Нина Савчић

Увод

Математика је кључни предмет из групе STEAM (Science, Technology, Engineering, Art and Math, то јест: природни предмети, техника, инжењерство, уметност и математика), једна је од основних дисциплина коју је потребно савладати у данашње време (то се, сасвим сигурно, неће променити ни у будућности) и која може код младих пробудити жељу да се опредељују за научна звања. Скраћеница SMEM, која се налази у називу овог пројекта, значи „Судбоносна Математика за најмлађе Математичаре“. Пројекат SMEM је изабрао вишедимензионални приступ с циљем да у настави математике створи простор за иновативне методе, смањи јаз међу половима присутан у STEM оријентисаним каријерама, негује различита општа и интерперсонална знања и вештине и да гаји позитивну слику о математици као школском предмету. Изложба је намењена деци узраста од три године до осам година, њиховим васпитачима и наставницима, али и свима заинтересованима да премосте јаз између математике и игре. Састоји се из осам експоната, шест физичких и два виртуелна (од којих је један хибридни, односно има и физички део и виртуелни део).

Пројекат је заснован на становишту неформалног образовања, што би се могло резимирати у једној реченици као: „Не предајемо, али деца уче“. На тај начин, ствара се добар круг искуства „укључи руке, укључи мозак, укључи срце и укључи се у разговор“ (“Hands-on, Minds-on, Hearts-on and Talk-on”).

У том смислу, активности које предлажемо нису усмерене, информације у њима засноване су на сугестијама, а не на упутствима, задаци нису строго дефинисани, што корисницима оставља широк простор за интеракцију с материјалима.

Требало би напоменути да су експонати засновани на инклузивном дизајну који је дефинисан у документу "Универзални дизајн за учила", верзија 2.2 ([Universal Design for Learning Version 2.2](#), 2018), Центра за примењене посебне технологије (CAST, Center for Applied Special Technology), према коме постоји више начина за приказ, ангажовање и изражавање.

Специфичне задатке, посебно ако спадају у теже, водич може увести током изложбе, у облику спонтаних радионица или у посебним приликама као што је обука наставника. Основно начело експоната јесте омогућити корисницима да се баве математичким концептима и вештинама кроз наизглед једноставне изазове. Штавише, кроз овај пројекат у могућности смо да потврдимо колико су корисни прави, опипљиви експонати као и виртуелни експонати, те да проценимо резултате на основу тога колико они окупирају дечју пажњу и колико развијају њихове вештине и способности, као и да промовишемо дубље разумевање представљених појмова. Ова гледишта и даље истражујемо и сваки допринос чланова образовне заједнице више је него добродошао.

Коцке за цртање

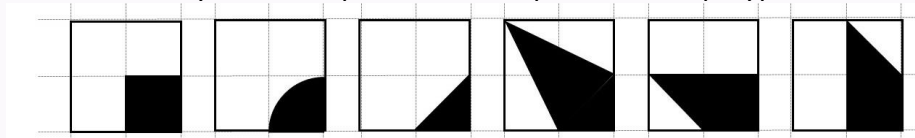
Узраст

3-8



Потребан материјал

Четири једнаке дрвене коцке. На свакој од шест страна треба нацртати различите геометријске ликове истом контрастном бојом. Распоред цртежа је исти на свим коцкама. Алтернативно, коцке могу бити направљене од папира за оригами или уз помоћ картона и лепка, а потом ликови осликани на странама. Избор ликова нацртаних на странама подложен је промени како би се омогућило стварање нових и различитих фигура.



Активност/Поступак

Четири коцке се слажу тако да се добије фигура димензија $2 \times 2 \times 1$. Када се споје њихове горње четири стране, требало би да се на врху појави препознатљиви лик. За почетак смо предложили формирање неколико ликова (квадрат, троугао, паралелограм, звезда, итд.), али током игре можете открити много нових фигура.

Продубљивање теме кроз даља истраживања

Једна од активности која се прва намеће: покушајте израчунати обим и површину добијених ликова. Пошто ликови нацртани на свакој страни коцке садрже средиште бочне ивице или теме коцке, лако је израчунати њихов обим и површину без употребе формула, већ само резоновањем.

Следећи изазов који можете испробати: играјте се с коцкама код којих су полазни, предложени ликови, замењени неким другим на једној, више или чак свим странама (користите оригами или картон и лепак да направите коцке).

И један мало напреднији изазов: покушајте да пребројите колико различитих фигура можемо створити с овим коцкама.

Математика која се крије у основи експоната

Геометрија, истраживање основних геометријских ликова и стварање нових.

Сналажење у простору, експериментисање с ротацијом.

Симетрични и несиметрични геометријски ликови.

Основне идеје комбинаторике.

Преносиве вештине

Стимулисање креативности, подстицање на математичка истраживања и неговање вештине постављања нових питања.

Трешњице

Узраст

3-8



Потребан материјал

Две округле табле са задатим низом отвора који служе за одлагање „трешања“. Две плетене корпе. Причврстите табле појединачно за дно по једне корпе.

За прављење трешања препоручујемо црвене дрвене куглице. У игри се користе појединачно или повезане (дрвеним штапићима) у низ од две, три и четири трешње, уз следећу расподелу:

једна	две	три	четири	укупно
3	2	2	2	21

Активност/Поступак

Постојање две различите табле омогућава да једна од табли буде увек празна, те нови играч може имати на располагању корпу коју ће напунити трешњама.

Како решења обе табле нису јединствена, чак и ако је изазов већ решен, играч увек може да потражи нови распоред.

Штавише, можете направити инстант радионицу постављајући различите изазове, попут овог: „Није дозвољено користити групу од три трешње да попустите групу од три рупе“. Такође можете осмислити неки сличан задатак.

С најстаријом децом можете заједно покушати да пронађете све могуће расподеле трешања.

Продубљивање теме кроз даља истраживања

Током процеса усвајања вештина нумерисања и рачунања, посебно је значајно увежбавање активности које омогућавају прелазак с броја као збира јединица на његово сагледавање као континуиране и компактне величине, другим речима, прелазак од бројања до рачунања.

У том смислу, драгоцено је на часу конструисати бројеве као збирове јединица (користећи, нпр. вишеповезне коцкице, енг. *Multilink cubes*) и као „компактне“ ентитете (користећи дрвене штапиће различитих дужина, енг. *Cuisenaire rods*). Ти модели би увек требало да буду доступни и при руци како би разбили сваку сумњу.

Концепт комбиновања бројева можете утврдити помоћу обичне рачуналке, а затим прећи на изазов рачунања напамет.

Математика која се крије у основи експоната

Бројевна писменост, стратегије пребројавања.

Увод у стратегију сабирања.

Рачунање „напамет“.

Основне идеје комбинаторике.

Даброва брана

Узраст

3-8



Потребан материјал

Осам дрвених квадрара и једна дрвена коцка. Сваки квадрат би требало да буде три пута дужи од коцке (тј. димензија $3a \times a \times a$), при чему је a страница коцке. Помоћни квадратни шаблон (мрежа) причвршћен је на таблу. Он би, по потреби, могао указати на облик коначног решења.

Активност/Поступак

Задатак је да се дрвени елементи (сви квадрати и коцка) поставе тако да формирају облик који у основи има квадрат. Деца могу користити мрежу у позадини као смерницу, пошто она указује на величину и облик бочне стране готове структуре.

На приложеним фотографијама видљиво је јединствено решење ове загонетке: мала коцка налази се у средишту квадратне мреже.

Продубљивање теме кроз даља истраживања

Следећа активност била би да се изброји од колико коцки би се могао изградити један квадрат. Затим би деца могла пребројати колико би коцки било потребно да се замене сви квадрати и тако попуни брана.

Још један изазов би могао бити да се открије је ли могуће попунити квадратну мрежу величине $3a$ или величине $4a$ употребом једне коцке и неког непознатог броја квадрара.

И за крај један напреднији изазов: можете ли замислити како бисте покрили квадрат величине $7a$ помоћу једне коцке величине a и уз додаток потребног броја квадрара димензија $4a \times a \times a$?

Математика која се крије у основи експоната

Геометрија, истраживање основних ликова.

Сагледавање простора, експериментисање с ротацијом.

Уочавање образаца.

Множење, растављање бројева.

Учење математичког језика.

Преносиве вештине

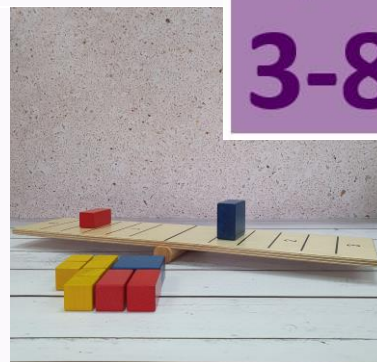
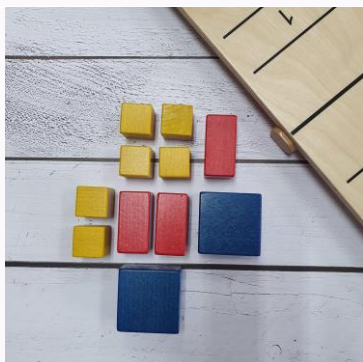
Стимулисање креативности, подстицање на математичка истраживања и неговање вештине постављања нових питања.

Унапређивање вештине решавања проблема.

Клацкалица

Узраст

3-8



Потребан материјал

Дрвена даска која балансира на носачу фиксираном с доње стране и има бројеве од један до три на дужим странама. Једанаест дрвених коцки у три различите величине (а самим тим и различитих тежина). Коцке исте величине су обојене истом бојом.

Активност/Поступак

Прва активност ће настати спонтано: деца ће одмах поставити коцке негде на стране клацкалице тражећи равнотежу. Можете предложити да за почетак користе само неколико коцака (нпр. само три или четири), како би интуитивно усвојили основна правила.

Следећа активност би могла бити да се коцке различитих боја поставе на супротне стране клацкалице тако да се постигне равнотежа. Од пресудне је важности да се различите коцке ставе на исти број са сваке стране (рецимо, на ознаку „2“). На тај начин деца могу открити да су веће коцке теже од мањих.

Трећи изазов: поставити коцке на различите бројеве на краковима полуге тако да се успостави равнотежа. Ако посматрамо најмању коцку као јединицу и две веће коцке као две и четири јединице, равнотежу бисмо могли добити користећи правило:

Производ броја јединица и броја на који се постављају коцке мора бити исти с обе стране полуге (на пример, ставити једну коцку вредну четири јединице на ознаку "1" и једну коцку средње величине која представља две јединице на ознаку "2").

Продубљивање теме кроз даља истраживања

Згодна следећа активност била би вагање различитих предмета које ће деца потражити у учионици. Требало би да то што мере буде довољно мало да стане на клацкалицу.

Још једно занимљиво запажање било би упоредити експонат с клацкалицама на игралишту.

Ђаци би могли приметити да се чини како двоје деце тежи мање од једног детета ако то једно дете седи на самом крају крака полуге, а двоје деце седе ближе средишту клацкалице.

Такође се може вежбати једноставно множење и дељење бројева (видети образложење у претходном одељку).

Математика која се крије у основи експоната

Растављање бројева, вежбање таблице множења за неколико првих бројева.

Учење математичког језика.

Преносиве вештине

Стимулисање креативности, подстицање на математичка истраживања и неговање вештине постављања нових питања.

Вежбање финих моторичких вештина.

У потрази за равнотежом



Узраст

4-8

Потребан материјал

Дрвена плоча причвршћена вертикално на дрвеном постољу. Неколико различитих геометријских ликова направљених од пластике или картона који могу да балансирају на плочи. Наших шест предлога приказано је на фотографији.

Активност/Поступак

Постављајте фигуре на дрвену ограду једну по једну тако да балансирају на њој. Ни за један од предложених ликова не постоји јединствено решење, можете их стабилизovati на више начина. Ипак, свима је нешто заједничко: тачка у којој им се налази тежиште увек лежи на огради.

Продубљивање теме кроз даља истраживања

Након посете изложби, на располагању је неколико активности које се могу спровести у учионици.

Деца могу потражити у учионици или у свом окружењу додатне предмете за балансирање. Други изазов би могао бити да се помоћу предложених ликова исцртају њихове копије на папиру, исеку маказама и затим поставе на пластичне фигуре. Затим би нашли равнотежни положај на структури и нацртали праву на папиру дуж које предмет балансира на огради. Такође, могли би разматрати симетрију фигура.

Последња вежба може бити балансирање штапа с две руке. Лако се може пронаћи тежиште ако штап ослоните на по један прст обе шаке, а затим померате шаке једну према другој. Можда ће за неког бити изненађење да се на тај начин штап држи у равнотежи. Спајањем прстију, пронашли сте тежиште.

Математика која се крије у основи експоната

Геометрија, истраживање основних ликова и њихово препознавање.

Симетрија у односу на тачку, симетрија у односу на праву.

Тежиште.

Учење математичког језика.

Преносиве вештине

Стимулисање креативности, математичких истраживања и постављања питања.

Вежбање визуелно-моторне координације.

Хајде да бројимо

Узраст

3-8



Потребан материјал

Дрвена табла с десет рупа за постављање жетона (означите рупе бројевима од један до десет који су представљени тачкама слично као на коцкицама за игру). Десет жетона с различитим илустрацијама из природе које представљају бројеве од један до десет.

Активност/Поступак

Дете би требало да узима један по један жетон и да их поставља на места на табли која одговарају броју представљеном сликом на њему. Сходно томе, ова активност омогућава васпитачима и наставницима рад с различитим математичким појмовима: с осећајем за бројеве и нумерисање (тако што уче бројање до неког произвољног броја) као и с препознавањем бројева.

Кроз ову активност дете повезује слику на којој је приказан неки број објеката с неким од бројева на табли. Нема погрешног одговора на питања која поставља наставник све док траје дијалог.

Продубљивање теме кроз даља истраживања

Деца би могла да се играју и у паровима: једно може да поставља жетоне на таблу, друго да врши проверу и затим могу заменити улоге.

Може да се направи и ова варијација – деца се у паровима играју скупљања трофеја: једно дете задаје број, друго тражи одговарајући жетон и наизменично замењују улоге за сваки од бројева.

Математика која се крије у основи експоната

Учење математичког језика.

Препознавање бројева.

Упоредивање предмета и учење бројева од 1 до 10.

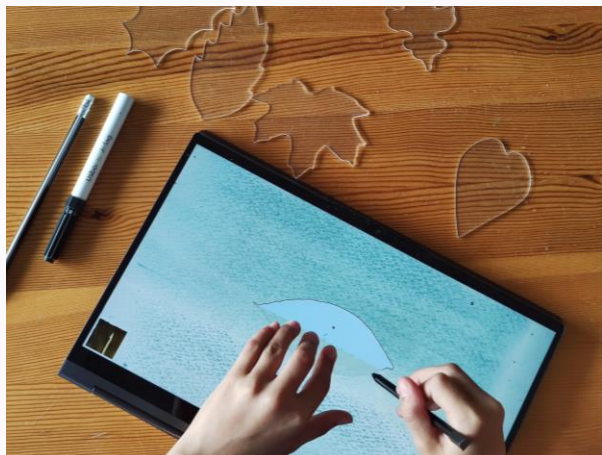
Преносиве вештине

Стимулисање креативности, подстицање на математичка истраживања и неговање вештине постављања нових питања.

Правимо кишобране

Узраст

3-8



Потребан материјал

Апликација на таблету омогућава цртање једноставних фигура и аутоматски приказује њихово тежиште. На столу је распоређено неколико прозирних пластичних елемената у облику листова, један штапић (или дрвена оловка) и по жељи, маркер на воденој бази.

Активност/Поступак

Поставити хоризонтално лист у равнотежу на врху штапића/оловке, те направити „кишобран“:

1. Ставити провидни пластични лист на екран таблета.
2. Цртати лист у апликацији пратећи контуре пластичног дела. Тежиште се интерактивно помера током процеса.
3. Када се линија затвори, фигура ће променити боју и више неће моћи да се мења. Кликком на оловку почињете испочетка.
4. Маркером означите тачку у којој је тежиште на пластичном делу (или употребите прст).
5. Пренесите облик с таблета на штапић/оловку, тако да балансира на тежишту.

Продубљивање теме кроз даља истраживања

Васпитач/ наставник може користити апликацију да подстакне на размишљање о постојању „магичне тачке“, једине тачке која омогућава да се облик држи у равнотежи. Може и указати на везе између овог и других експоната (У потрази за равнотежом, Клацкалица). Погледајте њихове описе да бисте сазнали више детаља.

Математика која се крије у основи експоната

Тежиште.

Појам средине (аритметичка средина, пондерисана/тежинска средина).

Принцип полуге.

Геометријске фигуре.

Преносиве вештине

Истраживање математичких особина.

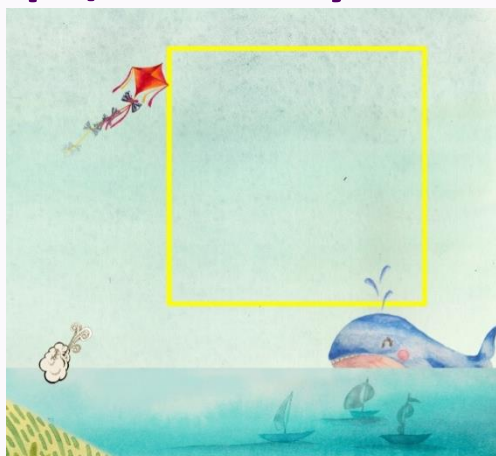
Праћење процедуре у откривању решења, постављање хипотеза ради објашњења појаве.

Вежбање финих моторичких вештина.

Срце на небу

Узраст

3-8



Потребан материјал

Апликација на таблету која приказује змаја на небу. Њиме се управља помоћу иконице облака, јер облак издувава ветар.

Активност/Поступак

Започните игру превлачењем прста близу облака како бисте направили ветар и тако покренули змаја који ће летети како ветар дува (правац змаја и правац ветра који дува из облака су паралелни). Интензитет ветра представља магла која излази из уста облака. Што је ветар јачи, то брже лети змај.

Контролишите ветар да бисте навели змаја да лети пратећи обрис приказане фигуре. Када змај опише фигуру, доћи ће лија Ејми да вас поздрави и појавиће се нова фигура на небу. Потребно је да дете усвоји идеју правца да би могло контролисати змаја. Помозите му показујући ефекат ветра у зависности од тога како прелазите прстом по екрану, затим подигните прст да се ветар заустави, а дете размисли. Лакше је управљати змајем дуж правих линија. Помоћу углова објасните промене правца. Криве су сложеније, крећите се полако дуж њих.

Продубљивање теме кроз даља истраживања

Можете деци објаснити идеје правца (јединични вектор), брзине (скалар) и убрзања (вектор) као појмова физике. Затим можете разговарати о вези између смера и путање. Упоредите апликацију с воланом у колима, да ли ради по сличном принципу?

Уколико радите с млађом децом, циљ није да дају прецизне физичке дефиниције, већ да разликују појаве, и да уоче неку физичко-математичку везу међу њима.

Математика која се крије у основи експоната

Кодирање информација.

Деловање на даљину, смер, брзина, убрзање, ефекат акумулације (интеграција).

Преносиве вештине

Вежбање визуелно-моторне координације.

Вежбање финих моторичких вештина.



Sufinansira
Evropska unija

Пројекат СМЕМ кофинансира ERASMUS+, програм Европске Уније. Међутим, изнети ставови и мишљења припадају аутор(има) и не одражавају нужно ставове Европске уније или Европске извршне агенције за образовање и културу (ЕАСЕА). И Европска унија и ЕАСЕА се одричу одговорности.

[Шифра пројекта: KA220-BE-21-24-32460]

IMAGINARY
open mathematics



CITIZENS
IN POWER

mathematikum
Mathematik zum Anfassen.

FERMAT SCIENCE
Une autre idée des maths



mmaca

Museu
de Matemàtiques
de Catalunya