



Како користити  
математичке експонате  
у учионици  
приручник  
(верзија 1.0)

# Садржај

Увод .....	3
Девет лисица .....	4
Кућице за животиње .....	4
Градимо мостове.....	7
Слатке пите .....	10
Крила у боји .....	12
Пребројавање страна.....	14
Коцкица до коцкице - коцка.....	16
У шетњи с Ејми.....	18
Породице .....	19
Шумска загонетка.....	21
Радосни комшилук.....	23
Направи ми крила .....	25
Другари у огледалу .....	27
Фотке с мора.....	29
Змијица I (игра с новчићима) .....	31
Змијица II (игра с коцкицама) .....	33
Нека расте цвеће!.....	34
Тежиште .....	36
Калеидоскоп .....	38
Локвањи .....	40
Зекин лавиринт.....	42
Птичји пој .....	44

Ова књижица је настала на енглеском језику као резултат здруженог напора свих партнера на пројекту.

Превод на српски језик: Александра Равас

Стручна редакција српског текста: Драгана Стошић Миљковић

Лектура и коректура српског текста: Нина Савчић

# Увод

Математика заузима кључну позицију у скупу школских предмета обухваћених скраћеницом STEAM (*Science, Technology, Engineering, Art and Math*, то јест: природни предмети, техника, инжењерство, уметност и математика). Поред тога, математика је и важна вештина потребна да код младих пробуди интересовање за науку. Скраћеница SMEM, која се налази у називу овог пројекта, значи: „Судбоносна Математика за најмлађе Математичаре“. Пројекат SMEM усвојио је вишедимензионални приступ. Циљ му је да уведе новине у методе подучавања математике, умањи јаз међу половима присутан у STEAM оријентисаним каријерама, негује различита општа и интерперсонална знања и вештине и промовише позитивну слику математике. Резултати пројекта намењени су деци узраста од три до осам година, али и њиховим васпитачима и наставницима, као и свима заинтересованима да премосте јаз између математике и игре.

Идеја да се изложба великог формата (званичног назива Мешанац – мала хибридна изложба), намењена за представљање у локалним научним центрима, прошири дидактичким коферчетом проистиче из неколико разлога. У питању су:

- Изричит захтев наставника који својим ученицима приређују искуство обиласка изложбе за постојањем одговарајућих наставних материјала који омогућавају исту врсту искуства у учионици;
- Опција једноставне и јефтине репродукције већине експоната како би се, у облику вођене активности, могли користити у учионици или на радионици, или да би се могле правити њихове варијације или креирати везе с другим сличним активностима, без употребе специфичних материјала;
- Потреба да се искуство понови више пута, што је заједничко за све образовне фазе, али што за нашу примарну циљну публику (деца узраста од три до осам година) постаје готово неизводљиво, с обзиром на њихов краћи распон пажње и другачију динамику која подразумева већи степен учешћа васпитача и наставника током процеса. Захваљујући могућности понављања искуства на сваких неколико дана или недеља, у прилици смо да директно посматрамо степен постојаности концепата и ниво усвајања вештина.

Очигледно, током припреме и предлагања ових активности и даље су на снази циљеви и карактеристике описани у предговору приручника намењеног малој хибридној изложби под називом Мешанац, првом опипљивом резултату пројекта SMEM.

# Девет лисица



Узраст

6-8

## Потребан материјал

Плоча за игру одштампана помоћу ЗДе или обичног штампача (на папиру или картону).  
По три лисице у три различите боје одштампане уз помоћ ЗДе штампача (алтернативно, купљени или одштампани жетони у три различите боје).

## Активност

Активност се састоји из два дела: Можеш ли сортирати лисице према боји? Можеш ли решити римски квадрат? Римски квадрат је матрица (са  $n$  редова и  $n$  колони) попуњена са  $n^2$  елемената, при чему је у сваком реду и свакој колони тачно по један од  $n$  различитих елемената.

## Решење/Поступак

За почетак деца би требало да разврстају лисице или жетоне по боји. То ће им омогућити да уоче различите боје и да схвате да су им за ову активност потребни елементи у само три различите боје. Укупно се користи девет лисица или жетона, по три у свакој од три боје. Следећи корак је решавање римског квадрата. Та активност помаже деци да уоче редове и колоне. Такође им пружа лагани увод у игру Судоку и магичне квадрате.

## Даља истраживања

Решавање римског квадрата трећег реда (који има тачно једно решење) може се проширити на решавање римског квадрата четвртог реда који има 576 решења!

Алтернативно, као следећи ниво активности, може се увести Судоку, или се чак играти с магичним квадратима. Почните с распоређивањем малих фигура, жетона или геометријских облика, а затим постепено уводите бројеве. Ако сте прешли на магичне квадрате, можете покушати са задатком распоређивања бројева тако да зборови сваког реда, сваке колоне и сваке дијагонале буду међусобно једнаки.

## Математика која се крије у основи експоната

Обрасци

Стратегије

## Преносиве вештине

Препознавање боја

Разврставање објеката према строгом правилу

Спровођење стратегије ради решавања сложеног проблема

СТИЦАЊЕ ОСЕЋАЈА ЗА СТЕРЕОМЕТРИЈУ

# Кућице за животиње



## Кућице за животиње

Искористи елементе да изградиш кућицу назначене основе за сваку од животиња.

## Потребан материјал

Табла одштампана на картону или пластифицираном папиру.

Седам призми од дрвета или одштампаних 3Де принтером. Алтернативно, могу се направити од танког картона, пресавијањем и лепљењем. Све имају исту дебљину која одговара једној јединици мере и различитих су површина:

Призма бр.	1	2	3	4	5	6	7
Димензије	1x2	1x3	1x4	2x2	2x3	2x4	3x3

## Активност

Упутства нису прецизна и дозвољавају различита тумачења, која нису сва у складу с коначним решењем.

На пример, једнаке димензије једне од призми (3x3x1) и птичје кућице вероватно ће навести децу да од ње „изграде” ту кућицу. Ипак, без сумње ће приметити да нешто није у реду јер се остале кућице не могу изградити од преосталих елемената.

Предлог да се почне с изградњом медвеђе кућице (квадрат странице шест јединица) навешће их на идеју да све кућице појединачно морају бити изграђене од свих делова, чак и ако ће на крају оне бити различитих дебљина (једну, две, три па чак и четири јединичне мере).

Увек дајемо предност постављању циља у другој фази.

## Решење/Поступак

Као што је већ истакнуто, кључно је предложити да се с градњом почне од медвеђе кућице чија је основа квадрат странице шест јединица. На тај начин се остале кућице могу решити кроз минималан број покрета, чиме наглашавамо присутне обрасце.

Затим можете изградити даброву кућицу с једним слојем свих делова. Лако је трансформисати медвеђу кућицу како би одговарала димензијама правоугаоне основе даброве кућице.

Птичја кућица (мањи квадрат чија ивица има дужину три јединице) најизазовнији је задатак за решавање јер због претходне две кућице са страницама од четири јединице делује да нас чека неинтуитивни подухват: вертикална изградња птичје кућице.

## Даља истраживања

У зависности од узраста, могу се увести додатни изазови:

- \* одредити укупну површину свих кућица (или однос њихових површина и запремина);



- \* поразговарати о еквивалентности различитих кућица које имају исту запремину од 36 кубних јединица;
- \* пронаћи друге структуре са запремином од 36 јединица и проверити које се од њих могу изградити помоћу датих елемената, а које захтевају промену димензија тих елемената (ово је лако урадити ако се употребе тзв. мултилинк коцкице).

## Математика која се крије у основи експоната

Димензије: површине, запремине

Комбинаторика

Обрасци

## Преносиве вештине

Посматрање

Разврставање/класификација

Анализа заснована на методи покушаја и погрешака

Усвајање процеса размишљања који се користи током рачунања



# Градимо мостове

Узраст

3-8



## Градимо мостове

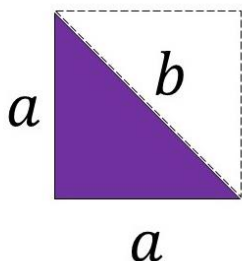
Помоћу истих облика направи прво мост за Меду Пјера, а онда и мост за Лију Ејми.



## Потребан материјал

Табла одштампана на картону или пластифицираном папиру.

За ову активност могу се користити пластичне плочице. Друге опције су да их направите од папира, картона, пенасте плоче или их можете одштампати на 3Де принтеру. Потребно је осам једнакокрако-правоуглих троуглова исте величине. Можете их пронаћи међу плочицама кинеског танграма (у том случају је потребно осам комплета танграма јер се из сваког користи само једна плочица).



Да би се добили троуглови одговарајуће величине, ако користите картон, папир или пенасту плочу, можете исећи четири квадрата страница 5 cm, а затим их све пресећи дуж једне од дијагонала. У том случају, странице троуглова биће 5 cm (дужина кракова троугла означених са  $a$ ) и  $5 \cdot \sqrt{2} \approx 7$  cm (дужина хипотенузе  $b$ ).

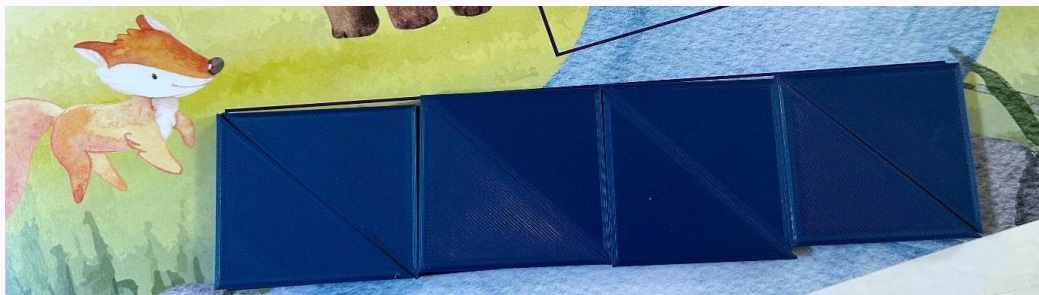
Ако се одлучите да штампате плочице на 3Де штампачу, димензије троуглова требало би да буду 5 cm ( $a$ ) и 7.07 cm ( $b$ ).

## Активност

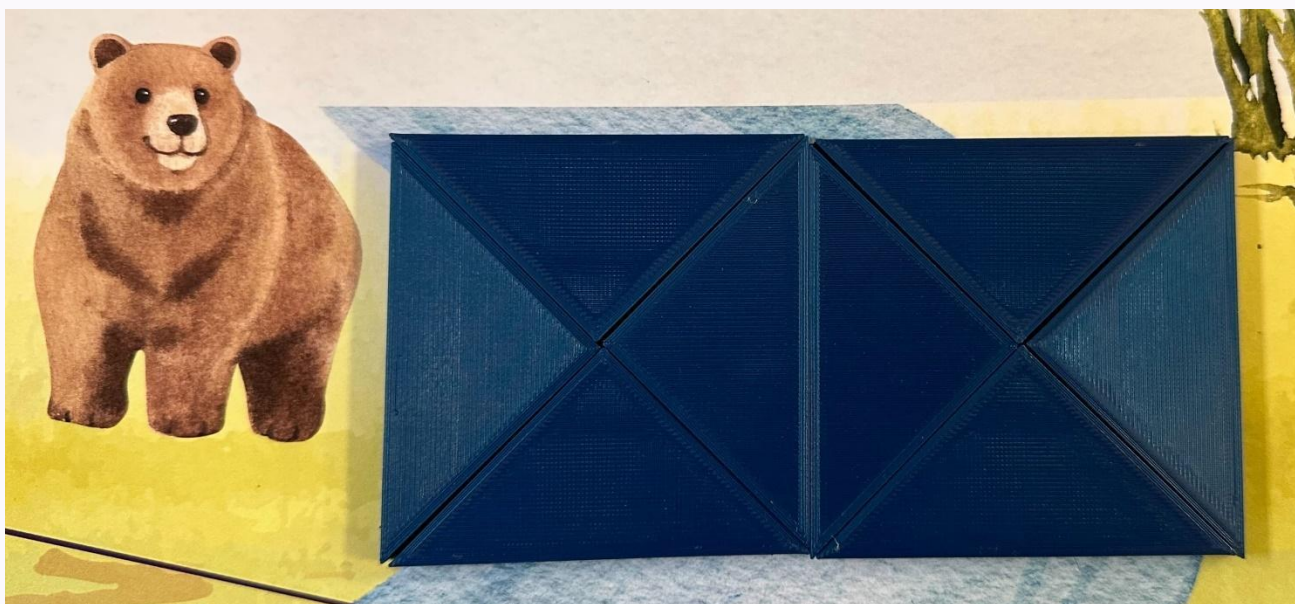
Циљ је изградити два правоугаоника различитих димензија уз помоћ осам идентичних троугаоних плочица. Ова активност подстиче децу да експериментишу с појмовима површине и обима и да истражују како се различити облици могу комбиновати да би се од њих направиле веће структуре.

## Решење/Поступак

Постоји јединствено решење за изградњу два назначена моста уз помоћ истих плочица различито распоређених.

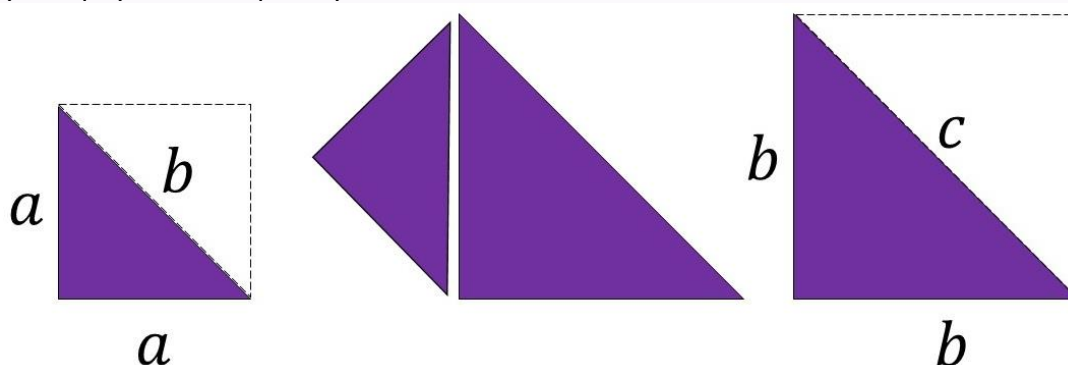






### Даља истраживања

Друга могућност била би да се употребе два различита скупа од по четири иста једнакокрако-правоугла троугла за изградњу мостова.

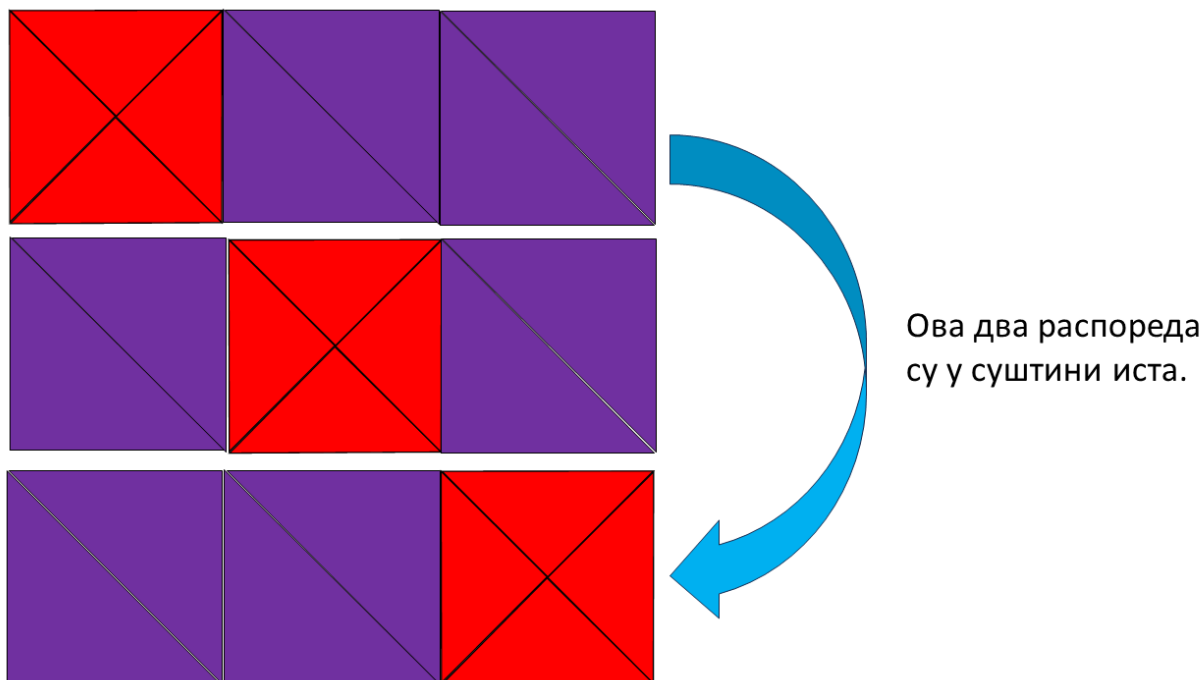


Прва четири троугла имала би већ назначене димензије, а преостала четири имала би краке од 7 cm, па би им хипотенуза била  $7 \cdot \sqrt{2} \approx 10$  cm.





За даље продубљивање активности предлажемо одређивање тачног броја различитих позиција плочица које чине додатна решења. Да бисте то урадили, можете направити троуглове у две (или више) различитих боја или их нумерисати бројевима који замењују боје. Након што наведете све могуће распореде у односу на боје или бројеве, можете их разврстати у групе према јединствености постигнутих распореда.



Можете да обогатите активност тако што ћете уместо правоуглих једнакокраких троуглова користити неке друге геометријске ликове, на пример квадрате, паралелограме или шестоуглове. Са старијом децом можете покушати да израчунате обим и површину мостова.

## Математика која се крије у основи експоната

Геометрија, истраживање основних ликова  
Просторне везе, експериментисање с ротацијом  
Мерење  
Комбинаторика

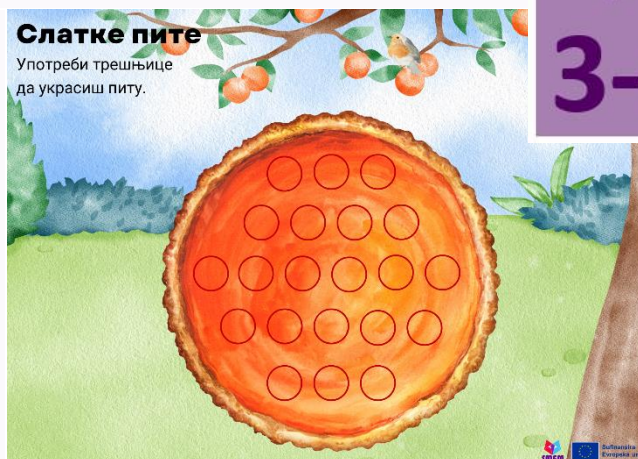
## Преносиве вештине

Експериментисање  
Анализа заснована на методи покушаја и погрешака  
Побољшање вештине решавања проблема

# Слатке пите

Узраст

3-8



## Потребан материјал

Табла одштампана на картону или пластифицираном папиру.

За прављење трешања препоручујемо црвене дрвене куглице пречника 3cm. У игри се користе појединачно или повезане (дрвеним штапићима) у низ од две, три и четири трешње, уз следећу расподелу броја комада:

једна	две	три	четири	укупно
3	2	2	2	21

„Трешњице“ се могу заменити одговарајућим групама креираним помоћу Мултилинк® коцака.<sup>1</sup>

## Активност

Постојање две различите табле омогућава да једна од њих буде увек празна, те нови ученик може имати на располагању таблу на којој ће распоређивати трешње.

Како решења обе табле нису јединствена, чак и ако је изазов већ решен, дете увек може да потражи нови распоред.

Штавише, можете направити инстант радионицу постављајући различите изазове, попут овог: „Није дозвољено користити групу од три трешње да попуните групу од три рупе“. Такође можете осмислити неки сличан задатак.

С најстаријом децом можете заједно покушати да пронађете све могуће расподеле трешања. Постоји и опција употребе табле (изометријске по структури) с отворима размештеним тако да се омогући постављање група трешања и по дијагонали.

## Решење/Поступак

Као што је већ речено, ова активност има више решења. Идеја је да се укупан број трешања сагледа као збир јединица, двојки, тројки и четворки, што подразумева растављање броја на збир његових сабирака. У том смислу, деца би требало да разместе групе трешања само у оквиру појединачних редова.

<sup>1</sup> Мултилинк® (Multilink®) коцке развили су британски развојни центар Hope Education (www.hope-education.co.uk) и Боб Стоун (Bob Stone) током седамдесетих година двадесетог века. Део постигнутог успеха приписан је њиховом једноставном дизајну. Иако постоје различите варијанте, у свом најједноставнијем облику, Мултилинк® коцке чини низ обојених блокова или коцки које се могу спојити у блокове. Идеалне су величине за малу децу, те им омогућавају лако руковање, што помаже побољшању финих моторичких вештина. Свака Мултилинк® коцка може се повезати с другом са сваке стране, што отвара додатне могућности за бочну изградњу и истраживање.

## Даља истраживања

Приликом усвајања појма броја и вештина рачунања, неопходно је користити активности које ће деци омогућити лак прелазак с доживљаја броја као збира јединица на перцепцију броја као непрекидне и компактне величине, то јест несметан прелазак с бројања на рачунање.

## Математика која се крије у основи експоната

Рачунање „напамет“.

Растављање бројева на сабирке, састављање бројева од сабирака

Обрасци

## Преносиве вештине

Посматрање

Разврставање/класификација

Оријентација

Анализа заснована на методи покушаја и погрешака

Побољшање вештине решавања проблема (уколико деци поставимо додатне задатке)





# Крила у боји

Узраст

4-8



## Потребан материјал

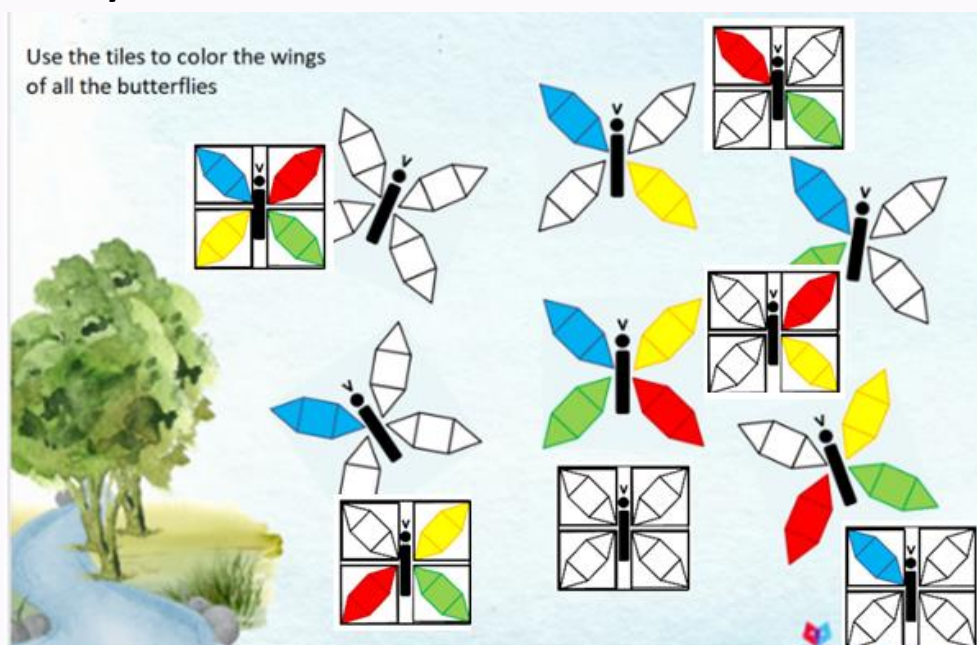
Табла одштампана на картону или пластифицираном папиру.

Слике крила лептира које ће се користити током активности одштампане на провидној пластици.

## Активност

Непрецизност упутства дозвољава различита тумачења, при чему нису сва усклађена с коначним исходом. Намера је да се циљ постави у другој фази. Идеја је да се крила лептира допуне тако да сваки лептир има различите боје. У том случају, расподела боја варира од лептира до лептира.

## Решење/Поступак



## Даља истраживања

Ова активност може се лако прилагодити тако да се у њој користе други облици: цветови, плочице, итд. У том случају, приликом припреме новог материјала, можете се фокусирати на

различите специфичне теме: комбинаторику, симетрију, ротацију итд. У зависности од узраста ваших ђака, те теме им могу, али не морају, бити познате.

## Математика која се крије у основи експоната

Кретање: транслација, ротација, симетрија

Комбинаторика

Обрасци

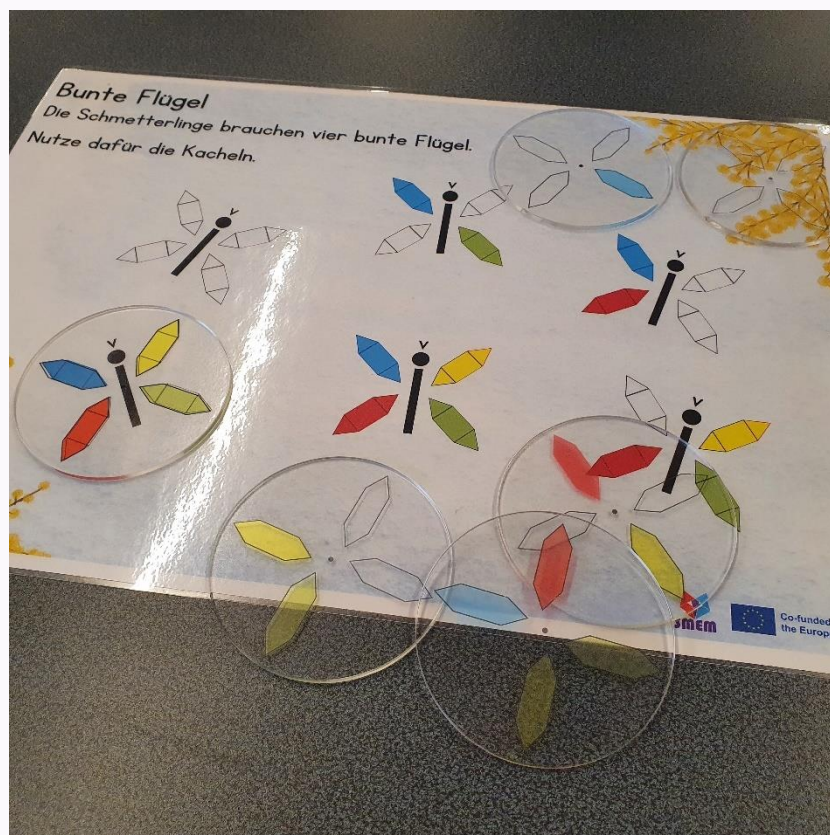
## Преносиве вештине

Посматрање

Разврставање/класификација

Анализа заснована на методи покушаја и погрешака

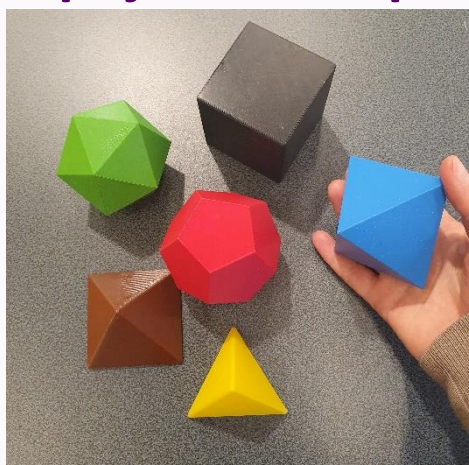
Вежбање визуелно-моторне координације



# Пребројавање страна

Узраст

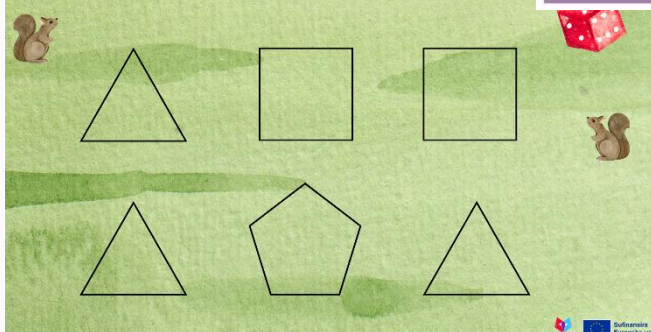
3-8



## Пребројавање страна

Баци коцкицу.

Према броју који покаже коцкица, пронађи облик с истим бројем с



## Потребан материјал

Табла одштампана на картону или пластифицираном папиру.

Коцкица би уместо стандардних ознака требало да има исписане бројеве 4, 5, 6, 8, 12 и 20.

Потребна геометријска тела могу се одштампати помоћу 3Д принтера. Алтернативно, можете их направити од папира, картона, дрвета, итд.

## Активност

Током ове активности бацањем коцкице насумично се бира број, а онда се тражи геометријско тело које има онолико страна колико је показала бачена коцкица. Тела која се овде користе су тетраедар, правилна четворострана једнакоивична пирамида, коцка, октаедар, додекаедар и икосаедар. Разлог за наведени избор јесте намера да се деца усмере ка откривању како се дводимензионални ликови могу приказати у тродимензионалном облику. Поред тога, желимо и да их наведемо на бројање страна ових фигура, што представља лагани увод у геометрију.

## Решење/Поступак

С обзиром на природу активности, решење зависи од броја добијеног бацањем коцкице и од броја страна сваког геометријског тела.

## Даља истраживања

Можете користити Платонова тела<sup>2</sup> као средство за откривање особина тродимензионалних облика (нпр. својства дужине, ширине, дебљине) и за пребројавање њихових ивица и темена. Можете истраживање проширити и на одређивање површине тако што ћете користити већа геометријска тела која у себи садрже мања.

## Математика која се крије у основи експоната

Геометрија

Рачунање „напамет“

Сабирање

Мерење

<sup>2</sup> Платонова тела обухватају тетраедар, коцку, октаедар, додекаедар и икосаедар.

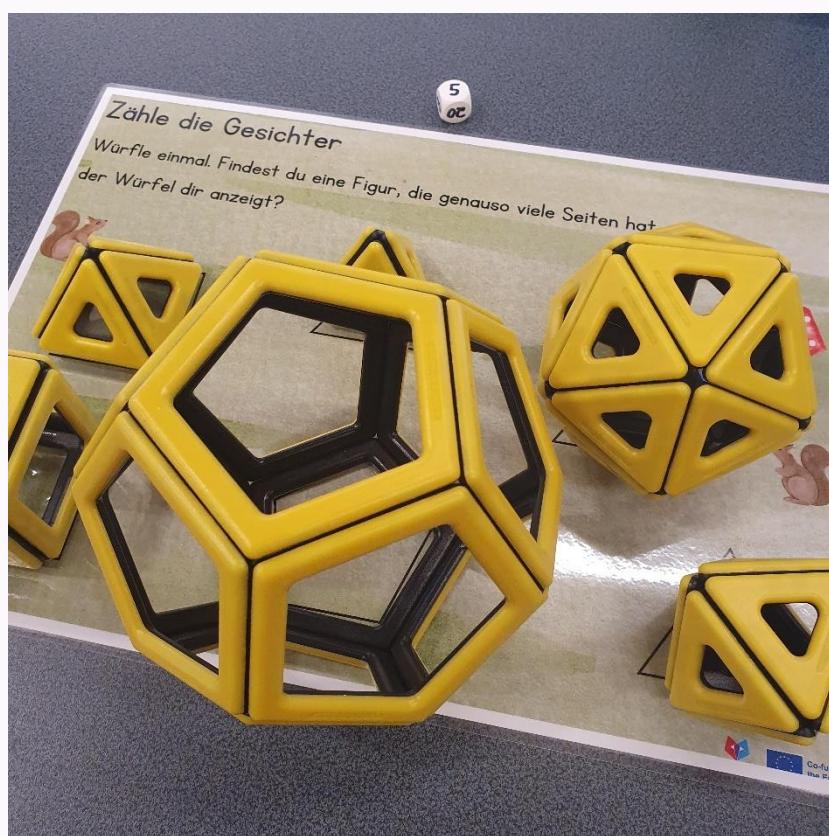
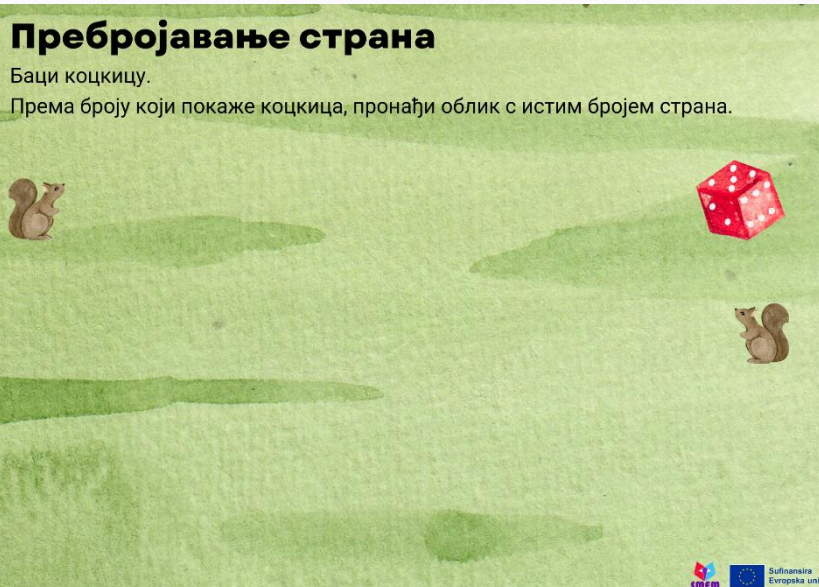


## Преносиве вештине

Посматрање

Експериментисање

Повезивање појма броја с реалним објектима



# Коцкица до коцкице - коцка

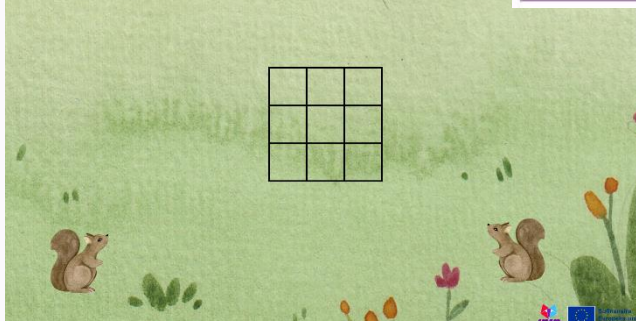
Узраст

3-8



## Коцкица до коцкице - коцка

Уз помоћ седам истих облика сачињених од коцкица покушај да коцку. Помоћи ће ти квадратна мрежа јер она показује колика тривица коцке.



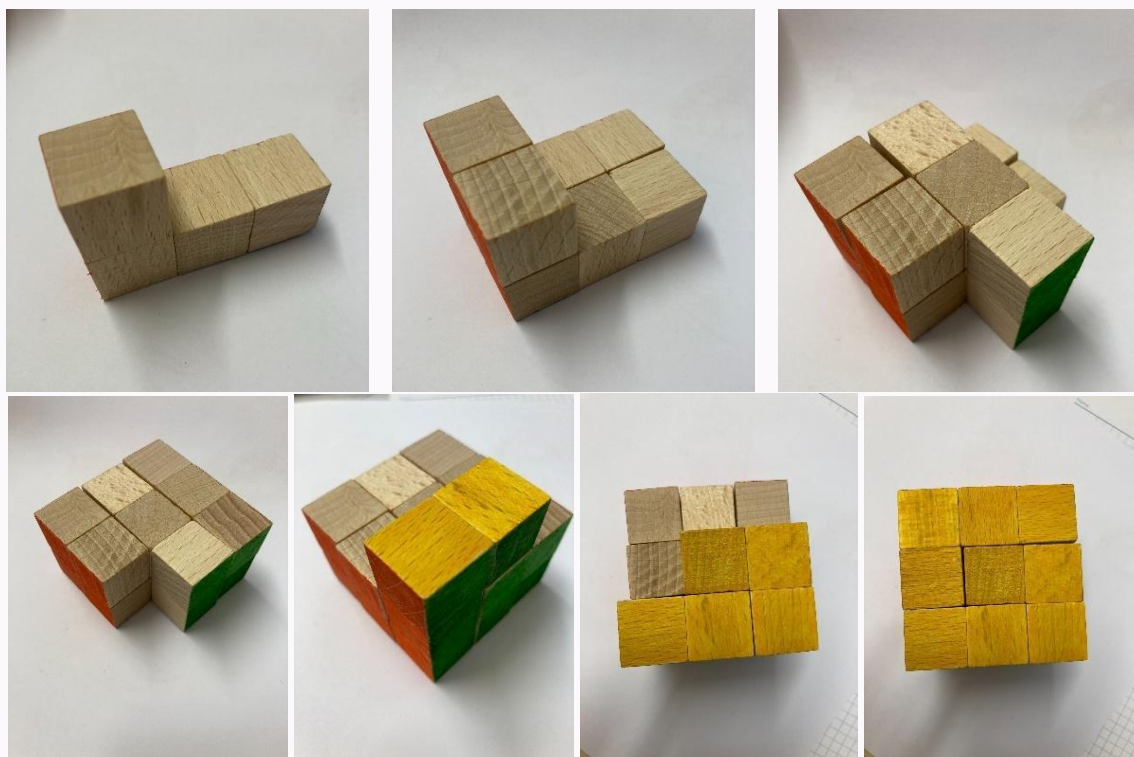
## Потребан материјал

Табла одштампана на картону или пластифицираном папиру.

Двадесет седам (дрвених) коцкица чија је дужина ивице 2 см. Лепак (за дрво).

Шест различитих боја за фарбање страна коцке. Лепите четири по четири дела како бисте формирали елемент у облику латиничног слова Л (види слику). Понављајте поступак све док не остану само три коцкице. Затим њих залепите на начин да формирају мало латинично слово В или „скраћено“ латинично слово Л. Саставите коцку тако да јој ивицу чине три коцкице и обојите сваку страну добијене коцке другом бојом.

Предлажемо да коцку саставите на следећи начин:



## Активност

Активност се може извести постављањем неколико питања, у зависности од узраста деце:

1. Колико елемената има за слагање?
2. Каквог су облика?



3. Колико малих коцака има у сваком елементу?
4. Колико укупно има малих коцака?
5. Колико боја има? Наведите их све?

Затим би деца требало да покушају да саставе велику коцку. Свака страна велике коцке састоји се од девет малих коцака. Као корисна помоћ за распоређивање дрвених елемената послужит ће мрежа нацртана на табли, јер она указује на то колика мора бити страна готове коцке. Додатна помоћ, рецимо, може бити и савет да пронађу све делове жуте боје и направе жути квадрат.

## Решење/Поступак

Најлакши начин да се почне јесте издвајање делова који су обојени једном од боја. Затим би од њих требало направити квадрат. Након склапања тог квадрата, који ће постати основа коцке, биће лако пронаћи решење, с обзиром на то да би свака страна коцке требало да буде у једној боји.

Постоји тачно једно решење како сложити велику коцку уз услов да јој је свака страна обојена у једну од шест различитих боја. Уколико се не испоштује наведени услов, добиће се више различитих решења.

## Даља истраживања

Не само да се од датих елемената може направити коцка, већ се могу саставити и неке друге фигуре, под условом да нисте употребили све расположиве елементе.

Постоји више начина да се коцка с ивицом дужине три подели на мање делове. За ову активност коцка је подељена на седам делова и сви су у облику латиничног слова Л. Најчешће коришћен начин растављања приказан је помоћу тзв. сома коцке.<sup>3</sup> Постоји и начин да се коцка раздели на седам делова који су направљени од три или четири коцкице, али тако да су сви ти елементи међусобно различити. Са старијом децом можете изградити сома коцку и затим покушати да нађете њено решење.

## Математика која се крије у основи експоната

Комбинаторика

Обрасци

Однос између равни и простора (кроз дводимензионалне и тродимензионалне објекте)

## Преносиве вештине

Сналажење у простору

Вежбање финих моторичких вештина.

---

<sup>3</sup> Сомма коцка (Soma cube) је тродимензионална слагалица коју је измислио дански математичар, проналазач, дизајнер, писац и песник Пит Хајн (Piet Hein) 1933. током једног предавања о квантној механици. Њеној популарности доста је допринео Мартин Гарднер. Од седам различитих елемената направљених од јединичних коцкица требало би саставити коцку димензије три. Исти елементи се могу искористити и за прављење разних других 3Д облика.

Постоји 240 различитих решења Сомма коцке, не рачунајући ту ротације и рефлексije. Џон Конвеј (John Conway) и Мајкл Гај (Michael Guy) први су их све навели 1961. године.

Елементе Сомма коцке чине тзв. поликоцке од највише четири јединичне коцке, спојене по странама тако да формирају бар један унутрашњи угао. Не постоје комбинације с једном или две коцке које задовољавају овај услов, већ само једна комбинација од три коцке (поликоцка реда три) и шест комбинација од четири коцке (поликоцке реда четири). Дакле:  $3 + (6 \cdot 4) = 27$ , што је тачно број јединичних коцака у коцки димензије три. Од ових седам елемената, два су симетричне слике један другог у огледалу.



# У шетњи с Ејми

Узраст

3-8



## У шетњи с Ејми

Изабери једно од поља за почетну позицију. Упамти је. Потез је одређен пољем на ком се тренутно налазиш. Број одређује за колико корака се помераш, боја поља указује према којој од животиња идеш. Игра се завршава онда када се вратиш на полазно поље.

## Потребан материјал

Табла одштампана на картону или пластифицираном папиру.  
Жетон који ће се померати по табли.

## Активност

Активност је прилично једноставна, али да би се започела, посебно с млађом децом, мораћете да им поновите упутства. Једном када пробијете лед, игра доноси изненађење и радост.

Предлажемо разматрање следећих питања:

Хоћемо ли током шетње по табли успети да станемо на свако поље?

Колико ће нам потеза бити потребно да то остваримо?

## Решење/Поступак

Већ је напоменуто да је могуће направити пун круг - започети шетњу од било ког поља, посетити сва остала поља на табли, и вратити се на почетну позицију. Као што је то случај и с неким другим експонатима, и овде се више математике користи током процеса настанка активности, него током решавања постављеног изазова.

## Даља истраживања

Прилично је једноставно креирати нове и још веће "лабиринте" и тако направити личну колекцију.

Уместо боја можете употребити стрелице да за свако поље назначите у ком правцу се треба кретати даље након што се стане на њега.

## Математика која се крије у основи експоната

Бројање

Оријентација

## Преносиве вештине

Посматрање

Анализа заснована на методи покушаја и погрешака

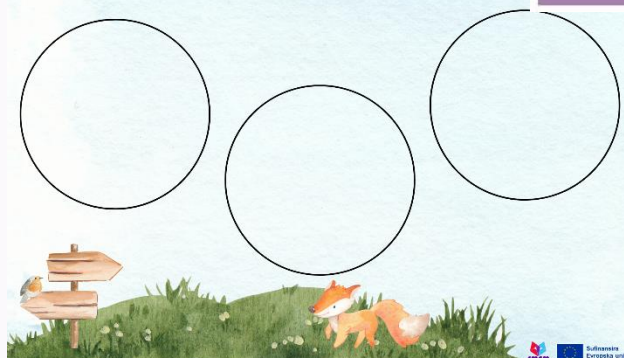
Праћење упутстава

# Породице



## Породице

Направи од свих елемената три породице по сопственом избору.



## Потребан материјал

Табла одштампана на картону или пластифицираном папиру.

За ову активност могу се користити разне фигуре. Можете их направити од папира, картона, дрвета или их можете одштампати на 3Де принтеру. Алтернативно, можете користити купљене елементе, нпр. плочице *Logical Blocks*<sup>4</sup>.

## Активност

Током активности деца ће упоређивати и разврставати елементе у три групе на основу критеријума које сама изабереу. Млађа деца могу класификовати фигуре у облику животиња различитих величина и боја. Старија деца могу користити геометријске плочице у облику троуглова, кругова и квадрата. Можете им дати и дводимензионалне и тродимензионалне елементе. Идеја је омогућити ученицима да класификују предмете у три различите групе на основу изабраних правила. Као водећи критеријум за груписање, они могу по жељи изабрати да користе сличности или разлике.

## Решење/Поступак

У зависности од фигура које се користе, може постојати више начина за класификацију.

На пример, при разврставању фигура животиња, можете им обезбедити скуп дељив на једнаке подскупове према броју, боји, врсти животиња и њиховој величини. Али можете обезбедити и хетерогену групу с више од три боје или више од три врсте животиња које се могу раздвојити у неколико подскупова са различитим бројем елемената.

У првом случају дајемо предност стриктним обрасцима и јединственим решењима (за сваку карактеристику), док у другом случају подстичемо богатију, иако уједно и сложенију дискусију.

## Даља истраживања

Ако за ову активност користите фигуре животиња, можете је проширити тако што ћете неке друге предмете из нашег окружења класификовати као међусобно сличне или међусобно различите на основу њиховог облика, величине и боје.

Код активности с геометријским облицима, даља истраживања могу подразумевати мерење тих елемената, као и одређивање њихове површине и њиховог обима.

<sup>4</sup> У питању су пластичне плочице које производи шпанска компанија Миниланд (Miniland). Састоје се из пет основних геометријских облика (круг, квадрат, једнакостраничан троугао, правоугаоник и правилни шестоугао), а сви су произведени у две величине, две дебљине и три основне боје.

## Математика која се крије у основи експоната

Геометрија  
Скупови  
Мерење  
Посматрање  
Обрасци

### Преносиве вештине

Унапређивање вештине решавања проблема  
Експериментисање  
Анализа заснована на методи покушаја и погрешака





# Шумска загонетка



## Шумска загонетка

Распреди делове слагалице тако да покријеш све квадрате на мрежи. Затим покушај да разместиш те исте делове тако да сваки ред и свака колона садрже сваку сличицу само једном.



## Потребан материјал

Табла одштампана на картону или пластифицираном папиру.

Одштампани делови слагалице. Исеците их и пластифицирајте након штампања.

## Активност

У зависности од узраста деце, активност би требало започети постављањем следећих питања:

- \* Које слике видиш?
- \* Колико делова има слагалица?
- \* Колико пута се појављује свака слика?
- \* Можеш ли да поређаш делове тако да формирају квадрат?

Последње питање је најтеже и истовремено је главни задатак активности: можеш ли распоредити делове слагалице тако да се свака слика појављује тачно једанпут у сваком реду и свакој колони?

## Решење/Поступак

Постоји само једно јединствено решење.



## Даља истраживања

Како би могао изгледати сличан квадрат димензија 3x3? Нацртајте мрежу величине 3x3 и покушајте да је попуните с девет жетона у три различите боје или с три различите слике. Водеће правило јесте да се не може поновити иста боја или иста слика у једном реду или у једној

колони – смеју се појавити само једном. Затим исеците квадратну мрежу на три дела да бисте добили своју личну слагалицу.

Додатно, можете покушати да пронађете решење и за мрежу димензија 5x5.

## Математика која се крије у основи експоната

Комбинаторика

Обрасци

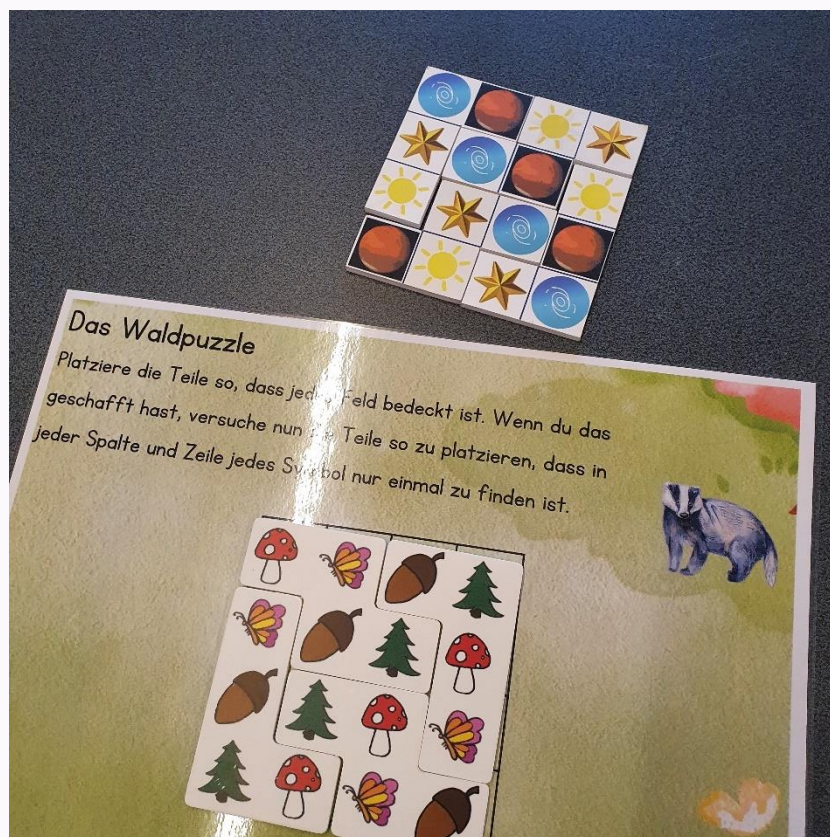
Однос између равни и простора (дводимензионалних и тродимензионалних објеката)

## Преносиве вештине

Сналажење у простору

Унапређивање вештине решавања проблема

Експериментисање

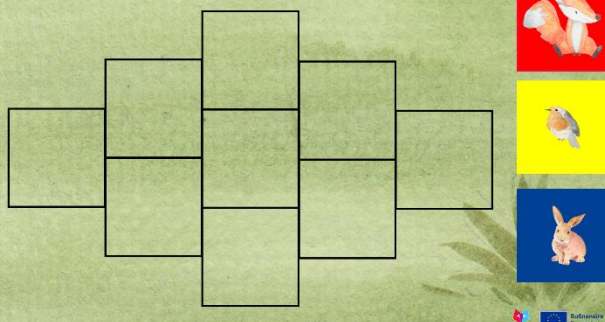


## Радосни комшилуk



### Радосни комшилуk

Искористи жетоне свих расположивих боја да попуниш мрежу тако да се жетони исте боје не додирују, односно да не буду комшије.



### Потребан материјал

Табла одштампана на картону или пластифицираном папиру.

Девет жетона одштампаних у боји на картону или папиру, које ћете затим исећи и по потреби пластифицирати. Алтернативно, девет жетона у три различите боје, укупно 27 жетона.

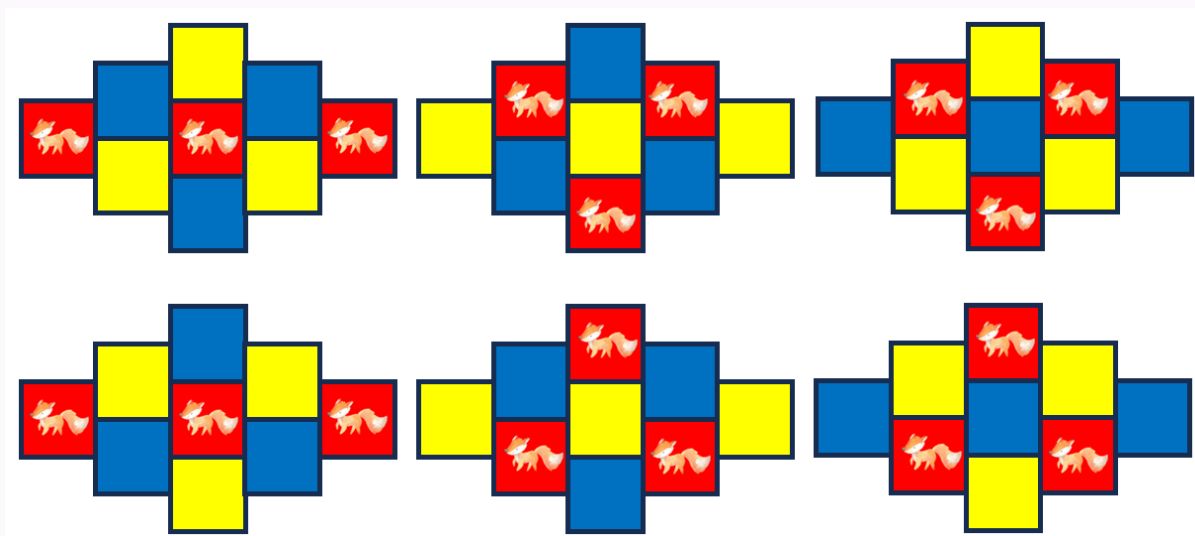
### Активност

Ову активност можете спроводити индивидуално, или с два, односно три ученика у групи. Једно дете решаваће загонетку само. Двоје деце смењиваће се у постављању жетона у све три боје. Три ученика постављаће на таблу жетоне у по једној боји.

Циљ активности јесте попунити мрежу на табли жетонима тако да две исте боје не буду једна до друге. Дакле, животиње које живе у комшилуку биће радосне ако су им прве комшије животиње неке друге врсте.

### Решење/Поступак

Постоји једно јединствено решење полазног задатка. Оно, помоћу симетрије, генерише шест различитих положаја жетона који задовољавају дато правило.





## Даља истраживања

Модификација ове активности биће различита у односу на узраст ученика:

(3+) С девет жетона (по три у свакој боји), наставник поставља први жетон у централно поље мреже, а остале даје деци.

(5+) С девет жетона (по три у свакој боји), наставник покрива свих девет поља тако да није испуњено постављено правило. Деца би требало да измене распоред жетона и поређају их на начин да се испоштује правило.

(7+) С 27 жетона (по девет у свакој боји), покријте мрежу с девет жетона исте боје. Деца би требало да замене жетоне тако да важи дато правило. Колико је најмање жетона различитих боја потребно?

## Математика која се крије у основи експоната

Геометрија

Теорија графова

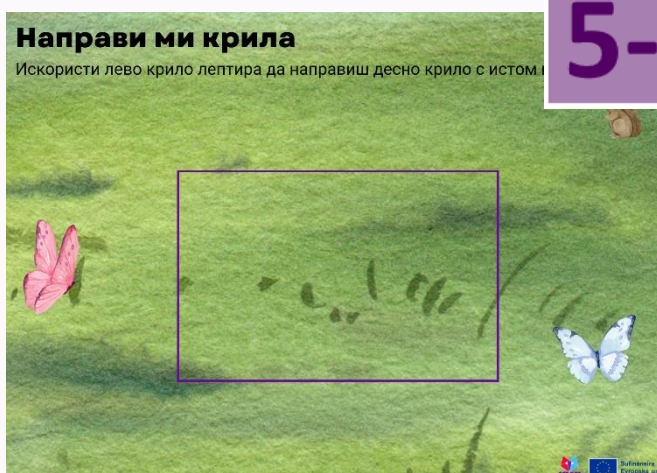
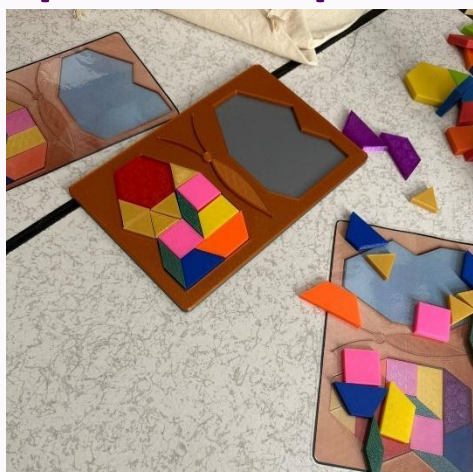
## Преносиве вештине

Вежбање визуелно-моторне координације (постављање жетона на таблу)

Стратешко размишљање (постављање жетона у складу с уведеним правилима)



## Направи ми крила



### Потребан материјал

Плоча за игру одштампана помоћу 3Д принтера, или мрежа за игру одштампана на папиру или картону која се накнадно може пластифицирати.

Двадесет осам различитих геометријских плочица одштампаних помоћу 3Д принтера или направљених од картона. Алтернативно, можете користити *Pattern Blocks*®.<sup>5</sup>

Две картице са шаблонима за крила.

### Активност

Активност се састоји из два дела:

- \* Можеш ли помоћу плочица на левом крилу лептира поновити мустру с картице?
- \* Можеш ли с преосталим плочицама попунити друго крило лептира тако да буде симетрично претходно урађеном крилу?

### Решење/Поступак

Први задатак биће: поновити мустру с картице на лептировом крилу. Да би се он успешно извршио, неопходно је препознати потребне геометријске плочице и поставити их на одговарајуће место на левом крилу лептира.

Затим, деца би требало да направе на десном крилу лептира симетричан модел левог крила. Да би то могли урадити, требало би прво да препознају које облике морају искористити. Плочице нека распореде симетрично на другом крилу, уз тело лептира као осу симетрије.

### Даља истраживања

Ова активност омогућава деци упознавање с једноставним геометријским облицима и пружа им могућност препознавања ређе коришћених геометријских облика као што су трапези

<sup>5</sup> *Pattern Blocks* (шаблонске плочице) настале су током шездесетих година двадесетог века у Масачусетсу (САД) у склопу пројекта за изучавање основних наука (*Elementary Science Study (ESS) project*). Основну идеју, која је касније тестирана и дорађивана у учионици, развој је Едвард Преновиц (*Edward Prenowitz*).

Један комплет садржи више плочица у неком од следећих шест облика: зелене једнакокрајичне троуглове, плаве ромбове које чине два једнакокрајична троугла, беж ромбове оштрог угла од 30° и странице једнаке дужини странице једнакокрајичног троугла, црвене трапезе које чине три једнакокрајична троугла, жуте правилне шестоуглове састављене из шест једнакокрајичних троуглова и наранџасте квадрате странице једнаке дужини странице једнакокрајичног троугла. Мере углова свих елемената су садржаоци броја 30 (30° = 1/12 пуног угла): 30°, 60°, 90°, 120° и 150°.



различитих величина и особина. Такође им омогућава да репродукују постављени шаблон и изведу његов симетричан облик.

За корак даље може бити занимљиво буквално поновити симетрични облик датог модела без коришћења картице с мустром. Другим речима, прво изградити десно крило помоћу плочица, а затим направити симетричан облик на левом крилу и на крају искористити картицу за евентуалне исправке.

Ова активност такође омогућава деци и да употребе своју машту, те да помоћу геометријских плочица креирају шаблон по слободном избору, а затим да, у складу с дефиницијом основне активности, направе симетрично друго крило лептира.

## Математика која се крије у основи експоната

Геометрија

Симетрија

Просторни односи

## Преносиве вештине

Препознавање и именовање фигура

Понављање шаблона за поплочавање уз помоћ различитих плочица

Понављање шаблона поплочавања помоћу осне симетрије

Вежбање визуелно-моторне координације (изградња шаблона).





## Другари у огледалу



### Потребан материјал

Табла одштампана на картону или пластифицираном папиру.

Једна или две коцкице за игру.

Два или четири жетона (шаховски пешаци, мале фигуре животиња, итд.).

Једно огледало странице 10 cm или 15 cm.

Једно дупло огледало странице 10 cm или 15 cm и фиксираним углом од 90° или 120°.

Не препоручујемо употребу стаклених огледала. По приступачној цени можете пронаћи акрилна огледала дебљине 3 – 4 mm или пластична огледала залепљена на чврсти носач (обично направљен од дрвета).

### Активност

Ова активност пружа два нивоа тежине.

За једноставнију верзију, потребна вам је једна коцкица, два зеца и два огледала (једно обично и једно дупло с углом од 120° између страна).

За сложенију верзију потребне су две коцкице, три зеца и два огледала (једно обично и једно дупло с углом од 90° између страна).

У оба случаја циљ је исти: користећи особине огледала циљ је „направити“ онолико зечева (или било чега другог што одлучите да користите уместо зечева) колико је показала бачена коцкица или бачене две коцкице.

Ако ову активност ради група деце, додатни задатак би могао бити проналажење алтернативних начина за представљање броја добијеног бацањем једне или две коцкице.

### Решење/Поступак

Бацањем коцкице или коцкица утврдите добијени број. Помоћу огледала направите онолико зечева колико су показале коцкице.

На пример, ако сте добили број четири, можете ставити два зеца испред обичног огледала или једног зеца испред двоструког огледала. За број шест, можете ставити једног зеца испред једног огледала (видећете два) и једног зеца испред двоструког огледала (видећете четири).

Ако сте се одлучили за активност с три зеца, требало би да приметите да нећете моћи направити број једанаест. То је занимљиво јер даје повод за разговор. Дешава се да чињеница да се добијени број не може представити изазове код деце фрустрацију. Да бисте је избегли, за почетак користите четири зеца. Тако се повећава број различитих могућих комбинација.

## Даља истраживања

Могуће је увести у активност и једно дупло огледало с углом од  $120^\circ$ , тако да се постављањем једног зеца испред његове средине виде три зеца.

Корак даље у овој активности било би увођење броја нула и постављање услова да се морају искористити сви зечеви за приказивање добијеног броја на коцкицама. Број нула можете представити помоћу кутијице у коју ћете убацити вишак зечева. Предлажемо да на поклопцу направите рупу довољно велику да кроз њу може да прође фигурица и да је прекријете црним платном прорезаним изнад рупе – убацујући кроз прорез зечеве у кутију омогућићете им да нестану. Алтернативно, зечеве који су вишак можете ставити иза огледала како бисте избегли да се у њима виде и броје.

## Математика која се крије у основи експоната

Бројање

Рачунање „напамет“ (принципи сабирања и множења)

Растављање бројева на сабирке, састављање бројева од сабирака

Нула као неутрални елемент за сабирање (уколико се током активности користи и кутија)

## Преносиве вештине

Посматрање

Анализа заснована на методи покушаја и погрешака

Унапређивање вештине решавања проблема

Усвајање процеса размишљања који се користи током рачунања (уколико се током активности користи и кутија)

## Другари у огледалу

Почни игру тако што ћеш бацити коцкицу.

Помоћу огледала и три зеца покушај да прикажеш добијени број.





Узраст

3-8

## Фотке с мора



### Потребан материјал

Две табле одштампане на картону или пластифицираном папиру.

Оквир телефона може се направити од пенасте плоче, картона или одштампати 3Д-е принтером. Димензије унутрашњег оквира су 9 cm x 16 cm.

### Активност

Током ове активности деца користе модел фотоапарата да би направила фотографије приказане на другој табли. Идеја је да се експериментише с растојањима, угловима и мерама, затим са сналажењем у простору, односно са свешћу о простору, позиционирању у њему као и с међусобним положајем различитих објеката у простору и на фотографији.

### Решење/Поступак

Угао и растојање (приближавање и удаљавање) кадра одговарају сликама приказаним на табли с упутствима.

### Даља истраживања

Угао и растојање (приближавање и удаљавање) за позиционирање кадра који се види кроз телефон треба да омогуће поклапање „снимљених фотки“ и оних приказаних на табли с упутствима. Као додатну активност можете користити оквире телефона различитих размера (3:4, 1:1) и припремити фотографије одговарајућих различитих размера за угледну таблу.

### Математика која се крије у основи експоната

Геометрија

Просторни односи

Углови

Позиција

Редослед

Простор

### Преносиве вештине

Унапређивање вештине решавања проблема

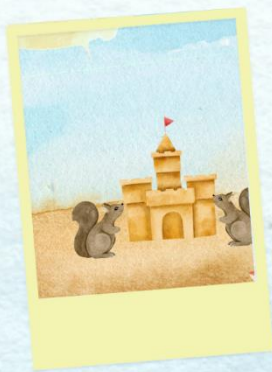
Експериментисање

Анализа заснована на методи покушаја и погрешака

Сналажење у простору (препознавање положаја објеката, њихових међусобних односа...)



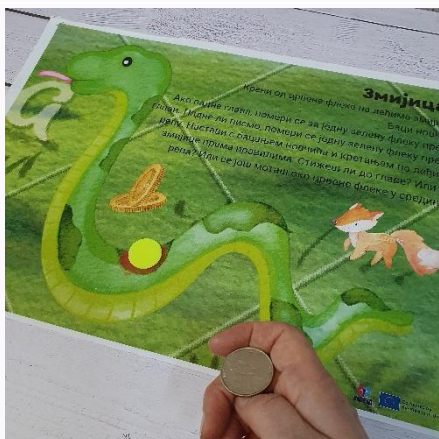
Покушај да снимиш приказане фотографије камером мобилног телефона.  
Не заборави да приближиш или удаљиш фокус.



Sufinansira  
Evropska unija



## Змијица I (игра с новчићима)



### Потребан материјал

Табла одштампана на картону или пластифицираном папиру, опционо црни обрис змијице штампан на провидној пластици који би истакао шаре на њеним леђима по којима се крећемо. Два права новчића.

Један жетон за померање дуж тела змијице.

### Активност

Наставник тражи од свих ученика да пронађу себи пара и ставља жетон на црвену шару на леђима змије. Деца наизменично бацају новчић и померају жетон у складу с резултатом бацања – према глави змијице ако је пала глава, или према њеном репу ако је пало писмо, крећући се по тамнозеленим шарама. Три зелене шаре смештене су између црвене шаре и главе, а исти број зелених шара се налази између црвене шаре и репа.

Активност се разликује у односу на узраст ученика:

(3+) Да ли сте стигли до главе или репа змијице?

(5+) Измените игру: један ученик само баца новчић, други само помера жетон у складу с резултатом бацања. Ако искористите светлозелена леђа змијице и на њима доцртате додатна поља за померање жетона, да ли је лакше или теже доћи до главе или репа?

(7+) Колико бацања вам је требало да стигнете до главе или репа? Бележите бацања помоћу усправних цртица како бисте могли да одговорите. Шта се дешава ако повећамо број бацања?

### Решење/Поступак

Игра се заснива на чињеници да је вероватноћа добијања главе, односно писма, при бацању једног новчића 50% (дакле, подједнако је вероватно да ће следећи потез бити ка глави, односно ка репу). Што је више бацања, то је теже завршити игру, јер ће се жетон кретати око средње црвене шаре. Међутим, како постоје само три шаре између почетка (црвене шаре) и циља (глава или реп), ова игра ће се ипак завршити после коначног броја потеза.

### Даља истраживања

Желите ли да отежате достизање главе или врха репа и олакшате стицање осећаја за вероватноћу која се јавља при бацању новчића, уведите више поља, то јест шара на леђима змијице, и то једнак број према глави и репу.



## Математика која се крије у основи експоната

Вероватноћа

Статистика

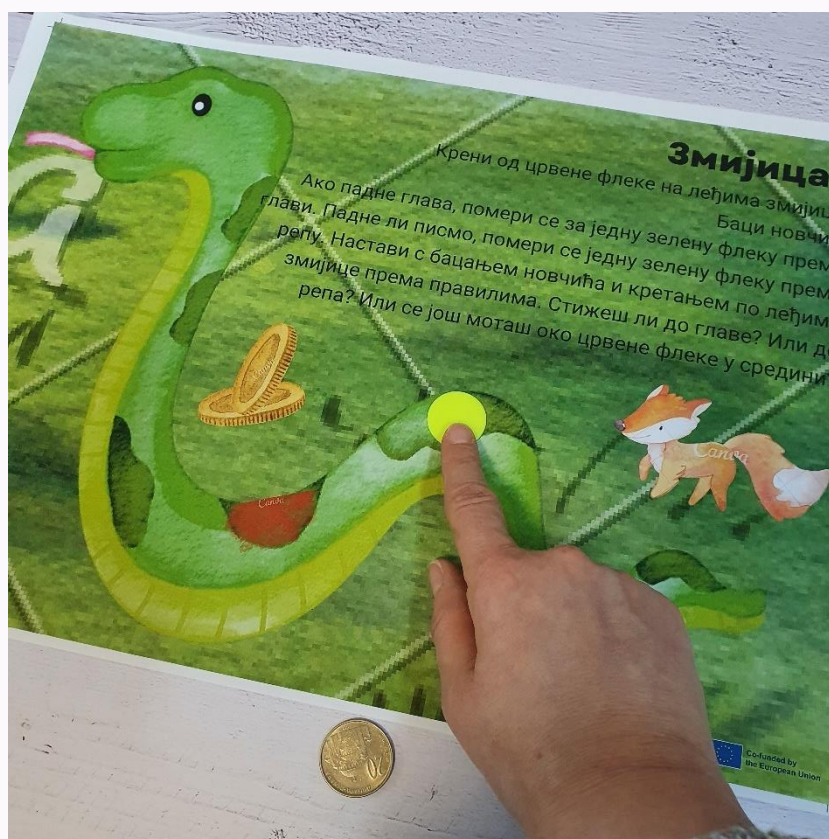
### Преносиве вештине

Вежбање визуелно-моторне координације (бацање новчића, померање жетона дуж леђа змијце)

Препознавање страна новчића (глава, писмо)

Препознавање смера (кретање према глави или према репу змијце)

Увид да с повећањем броја бацања постаје теже завршити игру (стицање осећаја за вероватноћу)





# Змијица II (игра с коцкицама)

Узраст

3-8



## Потребан материјал

Табла одштампана на картону или пластифицираном папиру, опционо црни обрис змијице штампан на провидној пластици који би истакао поља на њеном стомаку по којима се крећемо. Две коцкице за игру и два различита жетона за кретање по стази с бројевима.

## Активност

Затражите од свих ученика да изабере себи пара. Жетоне поставите на реп змијице (то поље је означено бројем један). Деца наизменично бацају коцкице и померају своје жетоне у складу с добијеним бројевима. Активност се разликује у односу на узраст ученика:

(3+) Ко је победио у трци?

(5+) Измените правила коришћењем бројања по два. Нпр. ако смо бацањем коцкица добили три, померићемо жетон даље за  $3 \cdot 2$  поља тако што ћемо бројати 2-4-6. Ко је победио у трци?

(7+) Измените игру коришћењем бројања по три (или по пет). Нпр. ако смо бацањем коцкица добили два, померићемо жетон за  $2 \cdot 3$  ( $2 \cdot 5$ ) поља бројећи 3-6 (5-10). Ко је победио у трци?

## Решење/Поступак

Циљ игре је вежбање бројања и препознавање бројева и образаца који се понављају.

## Даља истраживања

За ову активност са старијом децом предлажемо бројање по два, три или пет поља, што би био лагани увод у множење бројева. Како би у том случају табла с двадесет поља брзо била одиграна, боље је користити таблу са 40 поља. Такође, можете увести коцкице с негативним бројевима који би слали жетон уназад за добијени број поља.

## Математика која се крије у основи експоната

Аритметика

Бројање

Посматрање

## Преносиве вештине

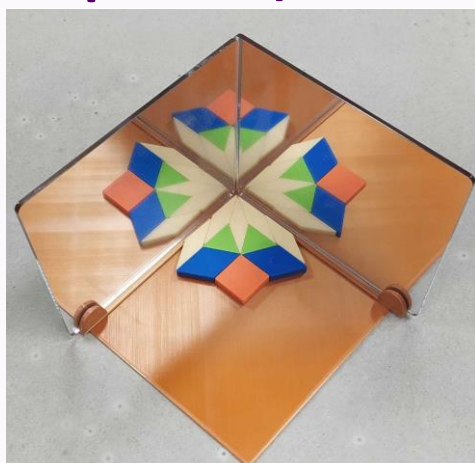
Вежбање визуелно-моторне координације (бацање коцкица, померање жетона дуж змијице)

Препознавање бројева (добијених бацањем коцкице)

Препознавање смера (кретање према глави или према репу змијице ако се уведу коцкице с негативним бројевима)

Упоредивање бројева (боље је при бацању коцкице добити већи број да бисмо победили)

## Нека расте цвеће!



### Нека расте цвеће!

Направи разне мустре с плочицама различитих облика и боја, па посматрај у огледалу како се претварају у цветове.



### Потребан материјал

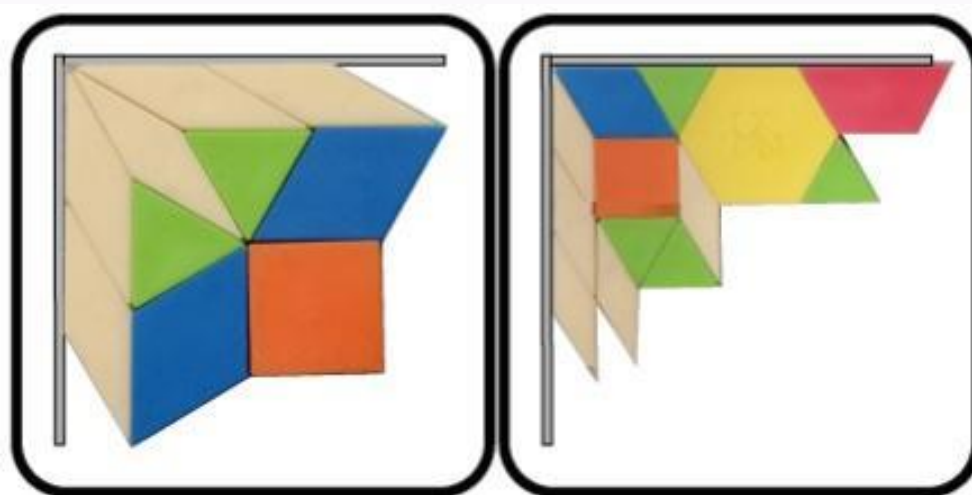
Табла одштампана на картону или пластифицираном папиру.

Држачи за огледала и плочице одштампани помоћу 3Д принтера или направљени од дрвета или картона.

Два огледала димензија 15 cm × 15 cm и дебљине 3 mm. Не препоручујемо употребу стаклених огледала. По приступачној цени могу се наћи акрилна огледала дебљине 3 – 4 mm или пластична огледала залепљена на чврсти носач (обично је у питању дрво).

Различите мање плочице с геометријским фигурама (типа *Pattern Blocks*®, тј. *Attrimaths*®<sup>6</sup>).

Шест картица с примерима поплочавања одштампаних на картону или папиру и пластифицираних по потреби.



### Активност

Активност се састоји из неколико корака које рефлектују следећа питања:

- \* Можеш ли да поновиш распоред плочица с картица на којима су приказане мустре?
- \* Можеш ли да направиш неку нову мустру користећи дате геометријске плочице?
- \* Видиш ли како се мустра понавља у огледалима и ствара образац који се понавља?
- \* Можеш ли одредити различите осе симетрије?

<sup>6</sup> У питању је други назив за *Pattern Blocks*®.

## Решење/Поступак

За почетак, ученици треба да направе примере поплочавања приказане на картицама. Да би то урадили, требало би да идентификују осе симетрије мустре на картици које одговарају постављеним огледалима. Затим би требало да пронађу одговарајуће плочице и да утврде колико их је потребно за прављење шаблона тако што ће се упарити и препознати сваки геометријски облик приказан на картици с мустром. Након што реконструишу мустру, требало би да провере да ли одговара оној с картице.

У следећој фази, употребом огледала, деца креирају поплочавање по свом избору. Циљ је да се расположива површ поплоча без празнина и да нема плочица које се преклапају.

Затим би могли одредити површину области која ће бити поплочана жељеним узорком или би могли, помоћу огледала, посматрати поплочавање у целисти.

## Даља истраживања

Током рада с моделима картица, за почетак је занимљиво утврдити који геометријски облици се користе у предложеном поплочавању као и који је број потребних плочица. Картица модела приказује комплетно поплочавање, а то укључује поплочану површину и њен симетричан одраз у огледалу. Активност би се могла проширити тако што би деца покушала да закључе коју површину треба да поплочају како би резултат био идентичан оном приказаном на картици. Затим могу, користећи распложиве геометријске плочице, креирати поплочавање по жељи и уочити све осе симетрије уз помоћ огледала.

Да бисте активност подигли на виши ниво, упоредите све расположиве облике и пронађите све с идентичним странама. Затим обратите пажњу на углове. Покушајте да утврдите за које од њих важи да им је збир углова једнак неком од углова преосталих геометријских облика, јер ће вам то омогућити да им мењате места, а самим тим и да мењате готову мустру. Све ове предложене активности које користе посматрање и запажање, као и руковање плочицама помажу ученицима да усвоје основне појмове о геометријским облицима и осам симетрије.

## Математика која се крије у основи експоната

Геометрија

Просторни односи

### Преносиве вештине

Препознавање и именоване фигура

Стицање осећаја за осну симетрију

Креирање блокова за поплочавање

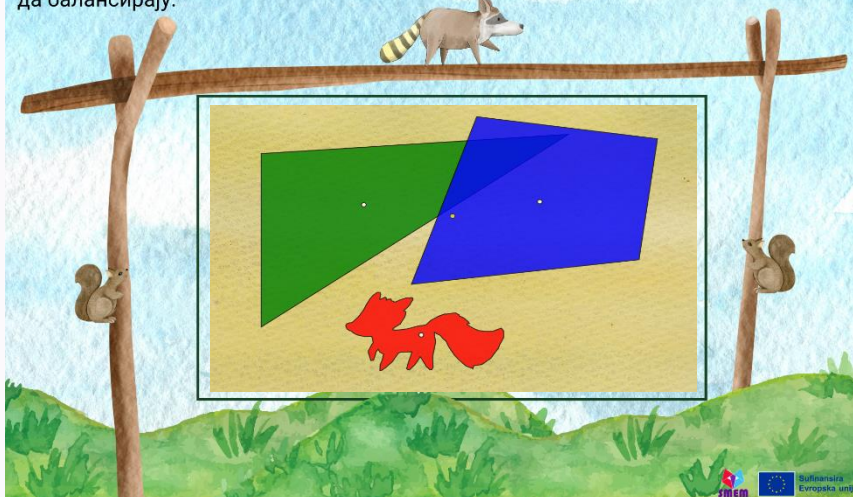




## Тежиште

### Тежиште

Играј се и истражуј чаробну тачку која омогућава нацртаним ликовима да балансирају.



### Потребан материјал

Табла одштампана на картону или пластифицираном папиру и таблет или рачунар.

Апликација вам омогућава да нацртате највише три фигуре истовремено. То можете учинити слободном руком (превлачењем курсора/прста) или спајањем дужи (тапкањем различитих тачака на екрану). Можете померати или мењати облике по потреби. Поред тога, неке готове фигуре су доступне за одабир.

За сваку фигуру апликација аутоматски одређује и приказује њено тежиште. Такође, апликација приказује и комбиновано тежиште свих фигура.

Проширена верзија програма поседује и тастер за штампање који омогућава кориснику да преузме ПДФ с нацртаним фигурама (свака је приказана појединачно, али и све су приказане заједно на једној страни). Корисник затим може одштампати фајл, залепити папир на картон и исећи фигуре да би направио физички објекат с нацртаним фигурама. Можете их искористити да направите висећу играчку за дечји креветац. За то ће вам бити потребни штампач, папир, картон, маказе, лепак, дебљи канап и спајалица.

### Активност/Поступак

Ова активност залази дубље у тему тежишта (тј. центра масе). Апликација је пре свега алат за истраживање различитих појава, а не загонетка с решењем. Васпитач или наставник може да ангажује и анимира децу низом активности или изазова.

Ако су вам доступни провидни елементи експоната "Правимо кишобране" из мини-изложбе "Мешанац", можете ставити један од њих на екран, пратити му силуету прстом или оловком и лоцирати тежиште. Искористите добијену тачку да поставите тај елемент у равнотежу на врху оловке.

### Даља истраживања

Поред одређивања тежишта једног облика, програм може да израчуна комбиновано тежиште два, па чак и три различита облика. Ево неколико питања која бисте могли да поставите како бисте истражили наведена својства:

- \* Нацртајте фигуру којој је тежиште изван ње. Како се таква фигура може поставити у равнотежу?
- \* Нацртајте троугао. Где му је тежиште? Како га можете геометријски одредити?
- \* Нацртајте четвороугао. Можете га поделити на два троугла. Како ћете одредити тежиште четвороугла уз помоћ тежишта два троугла који га чине? (Савет: нацртајте четвороугао као једну фигуру или га представите као два троугла добијена помоћу једне од дијагонала четвороугла. Комбиновано тежиште два троугла поклапа се с тежиштем четвороугла.)
- \* Узмите једну од фигура које балансирају хоризонтално на зидићу (погледајте експонат „У потрази за равнотежом“). Нацртајте га на таблети, заједно с линијом која га дели на два дела, по један са сваке стране зида (баш као што сте већ поделили четвороугао у претходном примеру). Упоредите тежиште делова с тежиштем целе фигуре.

Напреднији изазов би био да се наведе што више метода за одређивање тежишта раванске фигуре.

## Математика која се крије у основи експоната

Тежиште

Појам средине (аритметичка средина, пондерисана/тежинска средина)

Принцип полуге

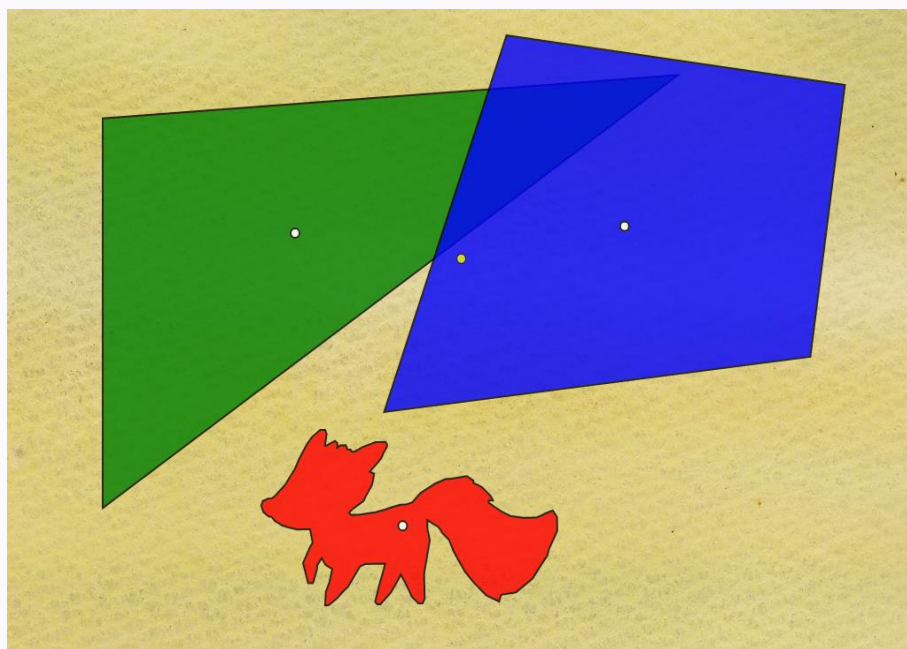
## Преносиве вештине

Истраживање математичких својстава

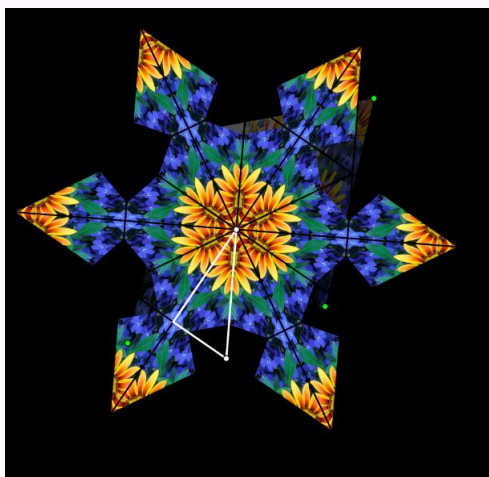
Праћење процедуре ради проналажења решења

Постављање хипотеза ради објашњавања неке појаве

Вежбање визуелно-моторне координације (уколико се активност прошири на прављење висилице за дечји креветац)



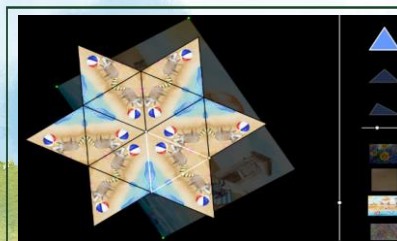
## Калеидоскоп



### Калеидоскоп

Помоћу огледала спојених по троугаоној основи посматрај невероватне шаре.

Пробај с правим огледалима или употреби симулацију на таблети. Уживај у истраживању!



### Потребан материјал

Хибридни експонат. Упоредите физичку и виртуелну верзију истих калеидоскопа.

Калеидоскопи су скупови од два или више огледала која се међусобно одражавају. За ову активност користимо калеидоскопе направљене од три огледала над страницама једнакостраничног троугла (унутрашњих углова  $60^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $60^\circ$ ), једнакокравоуглог троугла (унутрашњих углова  $90^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $45^\circ$ ) и правоуглог троугла који се добија као половина једнакостраничног троугла (унутрашњих углова  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $30^\circ$ ). Одрози ових калеидоскопа поплучавају раван копијама сваког предмета који у њих ставимо.



Физичка верзија калеидоскопа направљена је од правих огледала (акрилних, из безбедносних разлога) која чине бочне стране призме, тако да је рефлектујућа површина окренута ка унутрашњости. Да бисте видели одразе, морате унутрашњост призме посматрати са стране.

На таблети можете одабрати слику коју ћете ставити „на сто“, а апликација ће симулирати њене одразе на огледалима. Померањем клизача одраз ће се генерисати корак по корак уместо одједном, што олакшава његово посматрање и анализу. Поређење физичких и виртуелних калеидоскопа омогућава лакше разумевање појаве.

### Активност/Поступак

- \* Ако користите физичке калеидоскопе:  
Узмите новчић и поставите га близу темена троугла у основи калеидоскопа. Колико примерака новчића видите? Запишите колико их се појавило у одразу за сваки од углова.  
Поставите новчић мало даље од темена троугла и посматрајте одразе око сваког темена. Можете ли пребројати колико сада примерака има? Можете ли то некако записати као што сте то могли малопре?
- \* Ако користите виртуелне калеидоскопе:  
Користите слику новчића у апликацији и наместите да се новчић приближи сваком од три темена. Практично поновите претходна искуства.

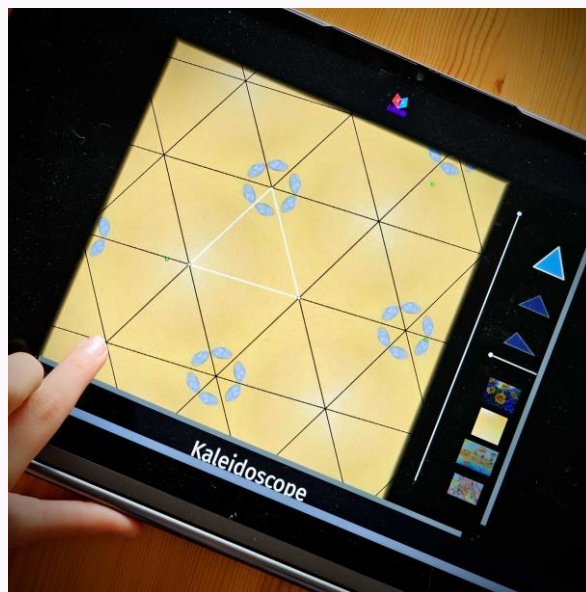
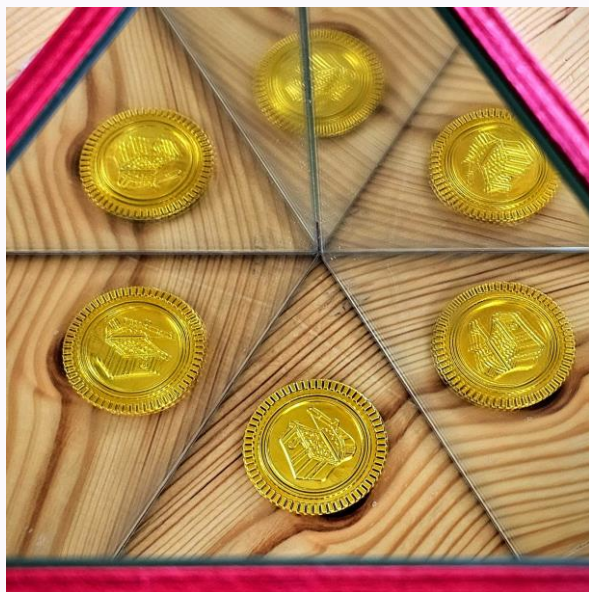


Уз помоћ клизача пређите с неколико примерака на много примерака. Покушајте да објасните колико примерака има у свакој „генерацији“ и да закључите како настају.

## Решење/Поступак

Број примерака око угла  $\alpha$  биће једнак количнику  $360^\circ/\alpha$ . Дакле, за угао од  $30^\circ$  добићемо дванаест примерака, за угао од  $90^\circ$  четири примерка, итд.

У апликацији, почетна генерација има исти број примерака као и код физичког калеидоскопа,  $360^\circ/\alpha$  где је  $\alpha$  централни угао. Свака нова генерација заснива се на троугловима из претходне генерације, што значи да свака генерација додаје исти број примерака.



## Даља истраживања

Уколико оставите виртуелни калеидоскоп да се врти, посматрање резултата је само по себи пријатно визуелно искуство. Млађој деци можете предложити да пронађу животиње на плажи (с табле за експонат „Фотке с мора“) или да се играју с геометријским мотивима.

Нека питања за даља истраживања:

- \* Упоредите овај експонат с експонатима „Другари у огледалу“ и „Нека расте цвеће!“. Шта се дешава када углови нису „лепи“, као што то на пример јесу углови од  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  или  $90^\circ$ ?
- \* Питање за старију децу која умеју да читају: Напишите (несиметричну) реч унутар калеидоскопа. Колико примерака те речи можете прочитати?

## Математика која се крије у основи експоната

Геометрија  
Тапете, поплочавање  
Симетрија  
Рефлексија

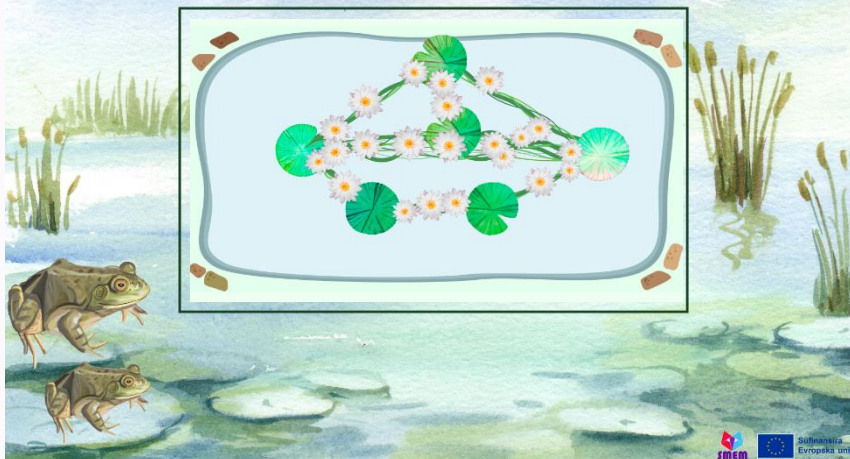
## Преносиве вештине

Појам бесконачности  
Истраживање геометријских својстава  
Интуитивно поимање симетрије и углова  
Уживање у лепоти овог дела математике

# Локвањи

## Локвањи

Размрси дршке локвања како би почели да цветају.



## Потребан материјал

Табла одштампана на картону или пластифицираном папиру.  
Таблет или рачунар.

## Активност

Апликација приказује неколико локвања у језерцету. Неки од њих желе да се споје преко стабљика биљке. Можете их уочити по линијама које их повезују. Међутим, стабљике плутају на површини језерцета и не могу се укрштати. Задатак је распоредити локвање тако да стабљике могу да расту, што значи да не би требало да се пресецају.

Када решите загонетку, можете освежити страницу и апликација ће генерисати нову. Апликација је програмирана тако да приказана загонетка увек буде решива.

## Решење/Поступак

Изазов је овде једно питање из теорије графова: пронаћи планарни омотач графа. Иако постоје алгоритми за решавање овог проблема, често је лакше пратити нека хеуристичка правила:

- \* Прво позиционирајте чворове с више грана.
- \* Креирајте расплетене групе чворова и троуглова и наставите са ширењем графа. У већини случајева биће могуће примењивати тај приступ све док се дође до решења загонетке.

## Даља истраживања

Када стигнете до циља и натерате локвање да процветају, покушајте да направите што више линија које се секу. Да ли је могуће наместити локвање тако да се све линије секу, односно да у језеру нема зелених стабљика?

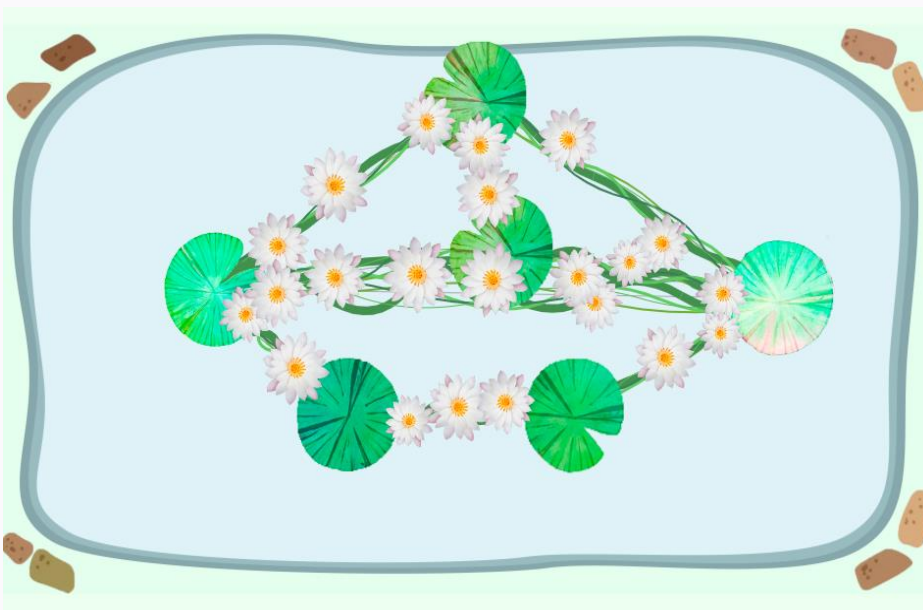
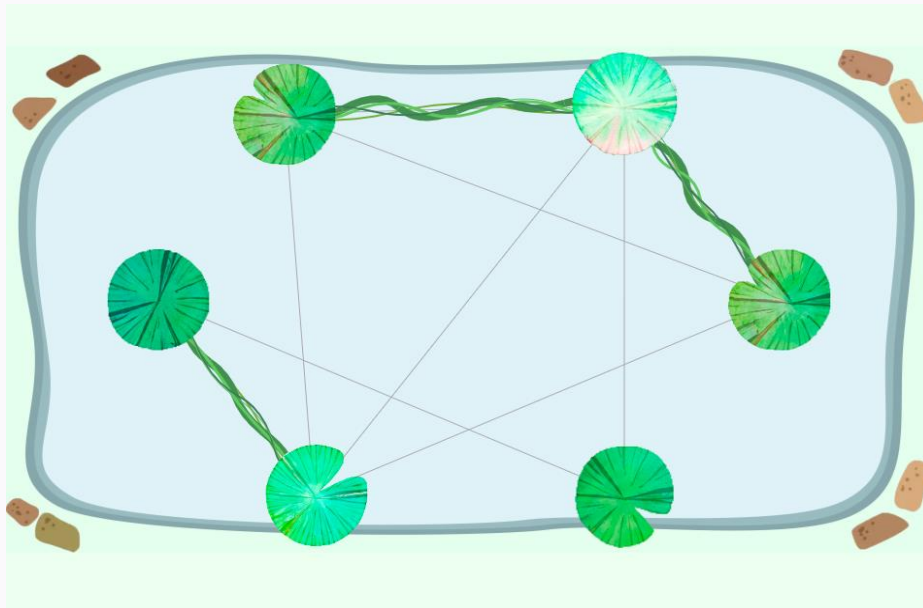
## Математика која се крије у основи експоната

Теорија графова  
Планарни графови  
Пресеци

## Преносиве вештине

Стицање интуиције о елементима теорије графова (о чворовима и гранама)

Анализа заснована на методи покушаја и погрешака





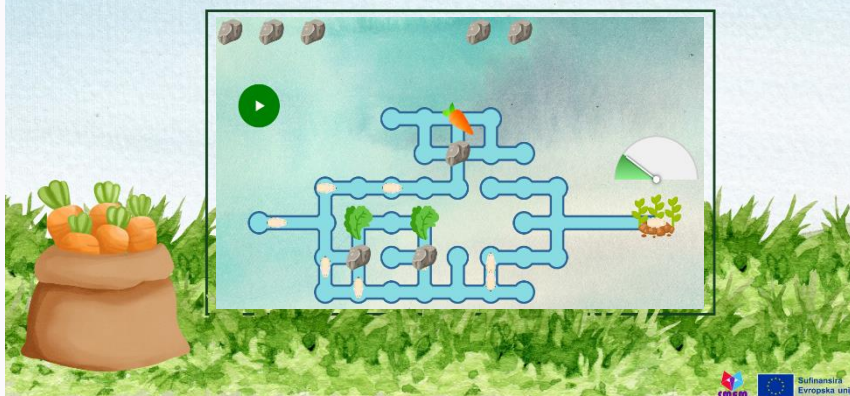
## Зекин лавиринт

### Зекин лавиринт

Помози зечевима да стигну до ливаде.

Шаргарепе и зелена салата их скрећу с правог пута. Зато употреби стене да им блокираш пут ка храни и преусмери их ка ливади.

Колико зечева може стићи до ливаде уз твоју помоћ?



### Потребан материјал

Табла одштампана на картону или пластифицираном папиру.

Таблет или рачунар.

### Активност

Неколико зечева налази се у лавиринту. Циљ им је да стигну до свог дома (зечје рупе). Ако им се на путу нађе храна, одвратиће им пажњу и продужити бекство из лавиринта. Зечеви се крећу насумично, али им се пут кроз неки део лавиринта може блокирати тако што ћете поставити камен на проширење. Помозите зечевима да стигну до своје рупе тако што ћете их спречити да наиђу на постављене мамце у виду хране.

Бројчаник мери колико зечева је успешно пронашло свој дом уз вашу помоћ.

### Решење/Поступак

Блокирајте приступ храни да не би ометала зечеве на путу кроз лавиринт. Поставите први камен тако да им спречите приступ првом мамцу који их чека, а затим наставите да постављате препреке ка осталој храни.

Када су сви мамци блокирани, можете помоћи зечевима да брже стигну до своје рупе тако што ћете стратешки постављати препреке и онемогућити им повратак на почетак лавиринта.

### Даља истраживања

Ако не успеју сви зечеви да прођу кроз лавиринт, покрените игру испочетка и покушајте да помогнете да их што више пронађе пут до зечје рупе.

Трудите се да током активности употребите што мање препрека.

### Математика која се крије у основи експоната

Оптимизација

Правац

Оријентација у простору

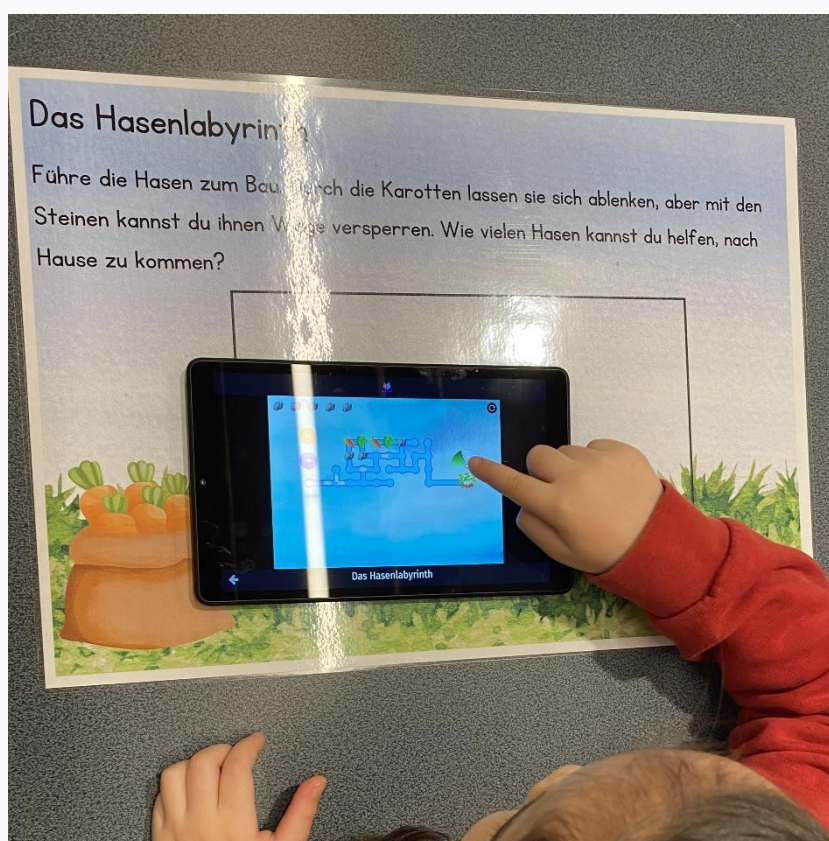
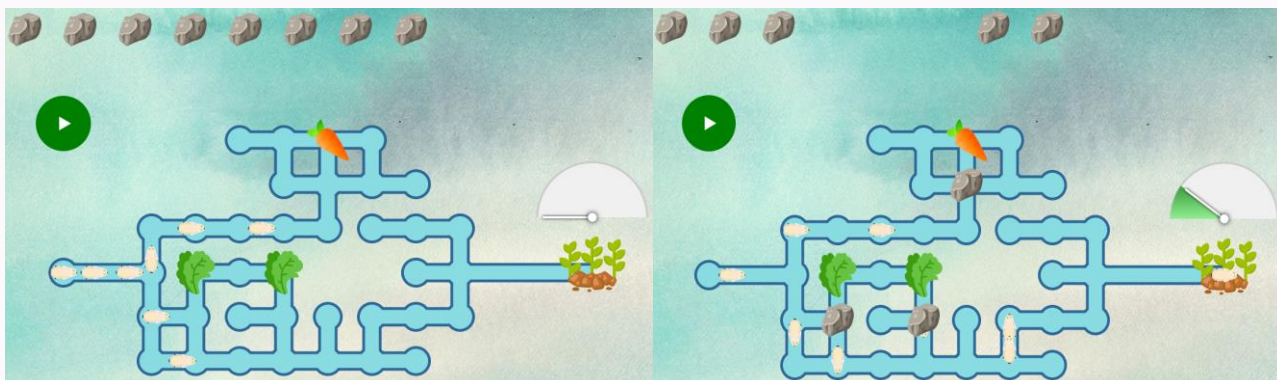
Делимичан успех, проценат успеха

## Преносиве вештине

Логика узрока и последице

Оријентација

Побољшање решења



# Птичји пој

Узраст

3-8

## Птичји пој

Стискај редом печурке и пази које птице ће почети да цвркућу, а које ће престати с цвркутом. Уз помоћ печурки направи птичји концерт на којем ће све птице певати у хору!



## Потребан материјал

Табла одштампана на картону или пластифицираном папиру.  
Таблет или рачунар.

## Активност

У апликацији је приказано шест птица и шест печурака које се понашају као тастери, то јест могу се „притиснути“.

Свака птица може бити „укључена“, другим речима приказана у боји и тада ће певати, или „искључена“, када је приказана сивом бојом и тада не пева. На почетку ниједна птица не пева. Свака печурка мења стање неких од шест птица (ако не певају, почеће да певају и обрнуто), али не зна се унапред којих.

Циљ је „укључити“ све птице и навести их да одцвркућу леп музички акорд.

Када загонетку решите, можете освежити страницу и апликација ће генерисати нову. Апликација је програмирана тако да приказана загонетка увек буде решива.

## Решење/Поступак

Постоје увиди који олакшавају решавање загонетке:

- \* Редослед којим се стискају печурке није битан, а стиснете ли неку печурку два пута, неће се десити ништа, значи други стисак поништава ефекат првог.
- \* Направите табелу са шест редова за печурке и шест колона за птице. У сваком реду, за сваку од печурака, означите птице које почињу да певају. Да бисте добили решење, требало би да изаберете неколико печурака тако да у табели, за сваку колону, рачунајући само редове у којима су све одабране печурке, постоји непаран број ознака.

## Даља истраживања

Када дођете до решења, што значи да сте навели све птице да зацвркућу, покушајте да их вратите на почетно стање уз помоћ печурака.



Задајте својим другарима одређено стање птица, на пример, затражите да „само друга и трећа птица певају“, или било шта друго што вам падне на памет, па онда заједнички проверите решење.

## Математика која се крије у основи експоната

Бинарна стања

Матрице

### Преносиве вештине

Анализа заснована на методи покушаја и погрешака

Посматрање

Вежбање памћења

Логика узрока и последице





Sufinansira  
Evropska unija

Пројекат СМЕМ који ће бити имплементиран у периоду од јануара 2022. до јануара 2024. кофинансира ERASMUS+, програм Европске Уније. Ставови и мишљења изнети у овој књижици припадају ауторима, те се Европска Комисија не може сматрати одговорном ни за какву употребу информација садржаних у њима.

[Шифра пројекта: KA220-BE-21-24-32460]

IMAGINARY  
open mathematics

mathematikum  
Mathematik zum Anfassen.



FERMAT SCIENCE  
*Une autre idée des maths*



CITIZENS  
IN POWER

mmaca

Museu  
de Matemàtiques  
de Catalunya