PR3 Handbuch:

Weiterführende Aktivitäten

Kofinanziert von der Europäischen Union

Inhaltsverzeichnis

Diese Broschüre wurde von allen Projektpartnern gemeinsam in englischer Sprache erstellt. Neben der deutschen Verison sind Übersetzungen ins Spanische, Französische, Serbische und Griechische verfügbar.

smem
Co-funded by the European Union

Einführung

Mathematik ist ein zentraler Bestandteil der MINT-Fächer und von großer Bedeutung für die Förderung des wissenschaftlichen Interesses bei Heranwachsenden. Unser Projekt SMEM (Significant Mathematics for Early Mathematicians) verfolgt einen vielschichtigen Ansatz. Es zielt darauf ab, die Methoden des Mathematikunterrichts zu erweitern, geschlechtsspezifische Unterschiede in den MINT-Fächern zu verringern, vielfältige Fähigkeiten zu fördern und ein positives Bild der Mathematik zu vermitteln. Es richtet sich an Kinder im Alter von drei bis acht Jahren, an Pädagog*innen und Lehrkräfte und an alle, die Mathematik mit Spiel verbinden möchten. Das Projekt geht informell an Bildung heran, indem es einen Kreislauf des Erfahrungslernens fördert: mit den Händen, mit dem Kopf, mit dem Herzen und mit dem Sprechen darüber.

Wir sind der festen Überzeugung, dass die Handbücher PR1 und PR2 des SMEM-Projekts umfassende Informationen für die Organisation der geplanten Aktivitäten bieten. Sie umfassen Ziele, Inhalte, Dynamik, Zusammenhänge und vermitteln ein ganzheitliches Verständnis der Motivationen, die die SMEM-Projektpartner dazu brachten, ihre Erfahrungen zu teilen und gemeinsam innovative Aktivitäten und Formate zu entwickeln.

Während des gesamten Prozesses stießen wir immer wieder auf zentrale Herausforderungen im Mathematikunterricht, die von inhaltlichen und sprachlichen Feinheiten bis hin zum Zusammenspiel von physischer und virtueller Nutzung, der Ausarbeitung von Konzepten und der Förderung von Fähigkeiten reichen. Dieser Prozess veranlasste uns auch dazu, die potenziellen Synergien zwischen praktischen und virtuellen Aktivitäten zu untersuchen. Mit „Weiterführende Aktivitäten" wollen wir das Gespräch zwischen den Projektpartnern und den Lehrkräften fortsetzen, die unseren Ansatz so interessant finden, dass sie ihn mit ihren Kindern ausprobieren wollen.

Wir haben daher einige der im Projekt am stärksten vertretenen Themen ausgewählt, um Texte zu entwickeln, die kein pragmatisches Ziel im Zusammenhang mit der Nutzung der Exponate verfolgen, sondern die, wie wir hoffen, zu einer tieferen Reflexion und zur Bereicherung der Spielstationen führen können:

- Gleichgewicht
- Spiegelungen und Symmetrien
- Passende Formen
- Beobachten und Zählen
- Pfade

Aus denselben Gründen, die uns dazu veranlassen, verschiedene Aktivitäten einzuführen, die den Lernenden eine freudige und anregende Erfahrung mit der Mathematik vermitteln, möchten wir unseren Lehrkolleg*innen die Möglichkeit bieten, sich in der individuellen Bildungsforschung zu engagieren.

Wir wollen das Potenzial von Aktivitäten verstärken, die auch Kinder mögen, die manchmal Schwierigkeiten mit dem traditionellen Mathematikunterricht haben. Oft wird dieser als ausschließlich für leistungsstarke und gut strukturierte Köpfe angesehen. Wir glauben, dass die Denkanstöße von Lehrkräften, die täglich in dieser entscheidenden Bildungsphase arbeiten, einen außerordentlichen Wert haben und wir möchten dies wertschätzen und unterstützen.

Co-funded by the European Union

Gleichgewicht

Die Fähigkeiten des Gleichgewichts und der Balance spielen eine entscheidende Rolle in der Persönlichkeitsentwicklung. Sie sind nicht nur für einfache Handlungen wie das Aufstehen und die Koordination des eigenen Körpers wichtig, sondern sie ermöglichen auch die Entwicklung einer intuitiven Verbindung zur realen Welt. Dies umfasst nicht nur das Verständnis geometrischer Formen, sondern auch deren Wechselwirkung mit der Schwerkraft und anderen realen Einflüssen.

Folglich besteht eine große Herausforderung für Kinder darin, abstrakte mathematische Konzepte – wie geometrische Formen und numerische Mittelwerte – mit greifbaren Ereignissen zu verbinden, wie z. B. dem Erreichen eines perfekten Gleichgewichts bei Objekten.

Der grundlegende Begriff im Zusammenhang mit dem Gleichgewicht ist das Schwerpunktzentrum (Barycenter). Unsere Ausstellung bietet mehrere Experimente, die den Zusammenhang zwischen mathematischer Mittelwertbildung und der Physik des Gleichgewichts verdeutlichen sollen. Die Lehrkräfte können diese Experimente nutzen und die Anleitung auf das Alter und den Kenntnisstand der Kinder abstimmen. Ältere Kinder können ihre eigenen Hypothesen vorschlagen, so dass die Lehrkräfte ihr Verständnis lenken und verfeinern können.

Hintergrund

Das Baryzentrum, auch Massenzentrum oder Schwerpunkt genannt, ist ein geometrischer Punkt, der mit zweidimensionalen Formen assoziiert wird und sich auf dreidimensionale Körper erstreckt. Er kann rein geometrisch definiert werden, besitzt aber auch eine physikalische Interpretation, die wir nutzen können, um Intuition zu erlangen.

Geometrisch gesehen bezeichnet das Baryzentrum die durchschnittliche Position aller Punkte innerhalb der Figur, wenn man nur ihre Form berücksichtigt. Physikalisch gesehen ist das Baryzentrum die Position, an der wir eine konzentrierte punktuelle Masse erhalten würden, die der Masse der betrachteten Figur entspricht. Genauer gesagt, wenn wir an diesem Punkt eine Kraft ansetzen, erfährt der Körper eine lineare Beschleunigung ohne Rotationskraft. Diese Definition verwendet das physikalische Konzept der Masse und verweist indirekt auf Kräfte wie die Schwerkraft.

Diese physikalische Definition ist uns wahrscheinlich am geläufigsten. Sie bezieht sich auf die Idee des Ausgleichs im Gleichgewicht. Nehmen wir an, eine flache Form hat eine physikalische Gestalt (z.B. ein in ein Holzbrett geschnittenes Profil). Dann können wir versuchen, das Objekt auf einem Finger zu balancieren. Es gibt einen einzigen Punkt – das Baryzentrum – an dem ein Gleichgewicht erreicht werden kann. Definitionsgemäß wirkt die Schwerkraft auf die Figur so, als würde sie auf das Baryzentrum einwirken (in Wirklichkeit wirkt die Schwerkraft natürlich auf alle Atome, aus denen die Form besteht). Wenn die stützende Kraft unseres Fingers auf denselben Punkt einwirkt, heben sich beide Kräfte auf und erhalten das Gleichgewicht der Figur aufrecht.

Eine andere Methode besteht darin, das Objekt senkrecht an der Kante zu halten und vom Gleichgewichtspunkt aus eine Linie nach unten zu ziehen, um den Schwerpunkt auf dieser Linie zu markieren. Durch Wiederholung dieses Vorgangs mit anderen Punkten entstehen sich schneidende Linien, die den Schwerpunkt genau festlegen, da die Schwerkraft ihn nach unten zieht, um ihn so tief wie möglich zu platzieren.

Mathematische Figuren wie Dreiecke, Rechtecke oder Quader haben geometrisch konstruierbare Gleichgewichtspunkte. In einem Dreieck zum Beispiel liegt der Schwerpunkt im Schnittpunkt der

SMEM
Co-funded by the European Union

Medianen (wir werden sehen, warum). Diese Konstruktion beruht jedoch auf der geometrischen Definition. Bei zwei unterschiedlichen Definitionen des Baryzentrums – der geometrischen und der physikalischen – versuchen wir, ihre Gleichwertigkeit durch ein zwingendes Argument oder einen Beweis zu belegen. Mit der Definition des Baryzentrums als der durchschnittlichen Position aller Punkte in der Form argumentieren wir, dass die Platzierung einer Form auf ihrem Baryzentrum das horizontale Gleichgewicht gewährleistet.

Stelle dir zur Veranschaulichung jeden Punkt der Form als ein kleines Teilchen mit Gewicht vor, ähnlich wie winzige Kugeln. Im Durchschnitt gibt es für jedes solche Teilchen hinter dem Gleichgewichtspunkt eines vor dem Gleichgewichtspunkt, so dass sich die Paare von rechts nach links ausgleichen. Diese Paare gleichen sich gemeinsam aus und schaffen ein globales Gleichgewicht.

Das Kernkonzept dreht sich um den Begriff des Durchschnitts. Die zugrunde liegende Intuition ist, dass ein Durchschnitt als repräsentativer Wert für eine Gruppe von Werten dient. Dies gilt nicht nur für numerische Daten wie Höhen, Gewichte oder Währungen, sondern auch für Positionswerte, die in einer Ebene zwei Koordinaten erfordern.

Zunächst können wir uns mit dem Durchschnitt von Zahlen befassen, der gemeinhin als arithmetisches Mittel bezeichnet wird. Für zwei Zahlen, die als *a* und *b* bezeichnet werden, wird der Durchschnitt, dargestellt als *L*, als die Summe von *a* und *b* geteilt durch zwei berechnet, ausgedrückt als

$$L = \frac{a+b}{2}$$

Diese Zahl *L* hat eine besondere Eigenschaft: Sie ist sowohl von *a* als auch von *b* gleich weit entfernt. Noch interessanter ist, dass der Abstand (mit Vorzeichen) von *L* zu *a* und *b* sich zu 0 summiert,

$$(L - a) + (L - b) = (a + b)/2 - a + (a + b)/2 - b = 0.$$

Stelle dir einen unendlichen Stab ohne Masse vor, der entlang der Linie der reellen Zahlen platziert ist, wobei die Einheitsmassen an den Positionen *a* und *b* fixiert sind. Um ein Gleichgewicht zu erreichen, müssen wir den Drehpunkt genau im mittleren Punkt *L* positionieren. Interessanterweise würde das Gleichgewicht des Stabs unverändert bleiben, egal ob er zwei Einheitsmassen an den Positionen *a* und *b* trägt oder eine einzige Masse von zwei Einheiten, die nur im Punkt *L* positioniert ist.

Das gleiche Prinzip lässt sich auch auf drei Zahlen anwenden. Der Durchschnitt, bezeichnet als $L = (a + b + c)/3$, hat weiterhin die Eigenschaft, dass die Summe der Abstände zu L (mit Vorzeichen) sich auf 0 beläuft. Betrachten wir das Beispiel der Zahlen 2, 5 und 11. Dann beträgt der Durchschnitt $L = (2 + 5 + 11)/3 = 6$, und die Abstände summieren sich zu null: $(6 - 2) + (6 - 5) + (6 - 11) = 0$.

Stelle dir eine Messlatte ohne Masse und mit Einheitsmassen an den Markierungen 2, 5 und 11 vor. Um das Gleichgewicht zu erreichen, würde sich der Drehpunkt an der Markierung 6 ausrichten. Interessanterweise würde der Drehpunkt von diesen drei Massen die gleiche Kraft erfahren wie von einer einzigen Masse von drei Einheiten, die sich an der Markierung 6 befindet. Dieses Prinzip gilt für eine beliebige Anzahl von reellen Zahlen.

Im Szenario der Punkte in der Ebene bleibt das Konzept ähnlich. Wir arbeiten mit zwei Koordinaten für jeden Punkt. Für eine Menge von Punkten in der Ebene – sagen wir $A = (x_A, y_A)$, $B = (x_B, y_B)$, $C = (x_C, y_C)$ – ist die durchschnittliche Position dieser drei Punkte ein Punkt mit

Co-funded by the European Union

Koordinaten, die die numerischen Mittelwerte ihrer jeweiligen Komponenten sind: $L = ((x_A + x_B + x_C)/3, (y_A + y_B + y_C)/3)$.

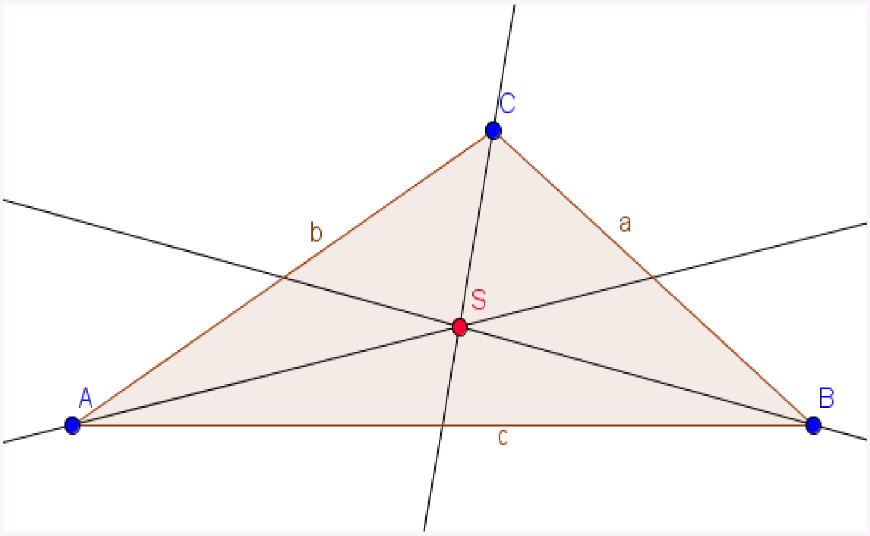
Wir können den Durchschnitt der Positionen für jede endliche Anzahl von Punkten in der Ebene berechnen. Das virtuelle Exponat Barycenter tut genau das, um den Gleichgewichtspunkt einer gezeichneten Figur zu finden: Es stellt eine Liste von Pixeln zusammen, die die Form bilden, und berechnet den Durchschnitt ihrer x- und y-Koordinaten. Mathematisch gesehen bleibt dies jedoch eine Annäherung, da Formen aus Punkten, nicht aus Pixeln, bestehen, die unendlich klein sind. Die Infinitesimalrechnung bietet die infinitesimale Wiedergabe dieses Mittelwertbildungsprozesses, wobei ein Integral als Grenzwert dieser Summe verwendet wird.

Wir stellen fest, dass verschiedene Zahlenmengen identische Durchschnittswerte ergeben können. Insbesondere die Berechnung von partiellen Durchschnitten ermöglicht die Reduzierung unserer Zahlenliste. Zum Beispiel entspricht der Durchschnitt von 2, 5 und 11 dem Durchschnitt von 2, 8 und 8, was wiederum dem gewichteten Durchschnitt von 2 und 8 mit den Gewichten ⅓ und ⅔ entspricht. Nämlich,

$$(2 + 5 + 11)/3 = (2 + 8 + 8)/3 = 2 \bullet x \bullet ⅓ + 8 \bullet x \bullet ⅔ = 6$$

Das Gleiche gilt für Punkte in der Ebene in Bezug auf die Koordinaten. Wir können zwei Punkte durch einen einzigen in ihrem Baryzentrum (Mittelpunkt) ersetzen, vorausgesetzt, dieser Punkt besitzt die gemeinsame Masse der ursprünglichen Punkte. Wir nennen dies das *Prinzip der Substitution*: Wir können Abschnitte einer Figur durch ihren Schwerpunkt ersetzen, indem wir diesem Punkt ein Gewicht zuweisen, das seinem Flächenanteil entspricht. Eine Veranschaulichung wird in Kürze folgen.

Eine interessante Beobachtung ergibt sich, wenn man drei Punkte in der Ebene betrachtet: Der Schwerpunkt von drei punktuell identischen Massen, die sich an den Positionen A, B und C befinden, fällt mit dem Schwerpunkt des durch diese Eckpunkte gebildeten (vollständigen) Dreiecks zusammen. Dabei ist zu beachten, dass letzteres eine unendliche Anzahl von Punkten einschließt, während ersteres nur drei umfasst. Außerdem fällt dieses Baryzentrum mit dem Schnittpunkt der drei Mediane des Dreiecks zusammen, d. h. mit den Segmenten, die einen Scheitelpunkt mit dem Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite verbinden.



Wir wollen dies mit Hilfe des Substitutionsprinzips demonstrieren. Betrachten wir die Eckpunkte B und C, so können wir beide Massen durch eine einzige Masse von zwei Einheiten ersetzen, die sich im Mittelpunkt von B und C befindet. Dies führt zu einem System, das aus einer Masse von einer

Co-funded by the European Union

Einheit bei A und einer Masse von zwei Einheiten bei (B+C)/2 besteht. Die Kombination dieser Massen ergibt eine einzige Masse, die drei Einheiten wiegt und sich am gewichteten Mittelwert der beiden Orte befindet, d. h. 1/3 A + 2/3 (B+C)/2 = (A+B+C)/3. Damit ist auch bewiesen, dass das Baryzentrum bei 2/3 der Länge des Medians liegt. Aufgrund der Symmetrie haben alle drei Mediane die gleiche Eigenschaft und müssen sich daher alle drei im Baryzentrum schneiden.

Wendet man dasselbe Substitutionsprinzip auf ein massives Dreieck an, so zerlegt man die Oberfläche des Dreiecks ABC in Segmente, die parallel zur Seite BC verlaufen und jeweils einem Stab mit gleichmäßiger linearer Dichte ähneln. Ersetzt man jeden Stab durch eine Masse, die sich in seinem Mittelpunkt befindet (da das Baryzentrum eines Segments mit seinem Mittelpunkt zusammenfällt), so verdichten sich alle Segmente zu Punkten, die entlang des durch A verlaufenden Medians ausgerichtet sind. Durch Symmetrie befindet es sich auch entlang der beiden anderen Mediane und fällt somit mit dem Schnittpunkt aller drei Mediane zusammen - was bestätigt, dass es sich um denselben Punkt handelt, den wir zuvor identifiziert haben.

Wir können diese Eigenschaft von Dreiecken nutzen, um Methoden zur Berechnung des Schwerpunkts zu bestimmen. Betrachten wir eine polygonale Form – eine Figur, die durch gerade Segmente begrenzt ist. Es ist möglich, dieses Polygon in Dreiecke zu zerlegen, ein Prozess, der als Triangulation bekannt ist. Nimm eine Triangulation und berechne das Baryzentrum und die Fläche für jedes Dreieck. Anschließend können wir das Baryzentrum des Polygons durch Substitution berechnen. Ersetze jedes Dreieck durch sein Baryzentrum und gewichte es auf der Grundlage der jeweiligen Flächen. Schließlich wird der (endliche!) gewichtete Durchschnitt der Positionen der Dreiecksschwerpunkte gebildet, wobei die Flächen als Gewichte verwendet werden.

SMEM-Exponate zum Thema Gleichgewicht

Im Rahmen des SMEM-Projekts erforschen vier Exponate das Konzept des Baryzentrums. Sie können kombiniert werden, um eine thematische Unterrichtseinheit zu diesem Thema zu gestalten. Die Exponate können gleichzeitig oder nacheinander eingesetzt werden, so dass die Kinder die Beziehungen zwischen den einzelnen Exponaten erforschen und begreifen können.

Die Wippe

Bei der Wippe sieht man ein klares Verhältnis zwischen ihren beiden Armen – der eine hebt sich, der andere fällt. Im leeren Zustand liegt der Schwerpunkt oberhalb des Holzstabs. Beim Beladen verschiebt sich der Schwerpunkt in Richtung der belasteten Seite, wodurch ein Ungleichgewicht und ein Kippen entstehen.

In der Regel wird die erste Vermutung sein, dass das Gleichgewicht mit dem gleichen Gewicht auf beiden Seiten erreicht wird. Die Kinder werden aufgefordert, die Wippe auszubalancieren, was eine Diskussion über das Konzept des Gleichgewichts auslöst, den heiklen Moment, in dem beide Arme weder vollständig angehoben noch abgesenkt sind, sondern sich in der Mitte befinden. Dieses instabile Gleichgewicht veranlasst die Lehrkraft, das Kind bei der Erkundung dessen anzuleiten, was diese Konfiguration einzigartig macht.

Anfänglich nimmt das Kind vielleicht an, dass das Gleichgewicht erreicht ist, wenn auf beiden Seiten gleiche Gewichte liegen. Durch Experimente entdecken sie die Bedeutung des Abstands des Gewichts vom Drehpunkt. Es wird deutlich, dass das schwerere Gewicht näher an der Mitte liegen muss, während das leichtere Gewicht weiter entfernt bleibt, um das Gleichgewicht zu halten. Einfache Prinzipien wie „ein Gewicht im doppelten Abstand kompensiert die Hälfte der Masse”

SMEM
Co-funded by the European Union

können von kleinen Kindern entdeckt werden. Ältere Kinder können sogar das Hebelgesetz damit entdecken.

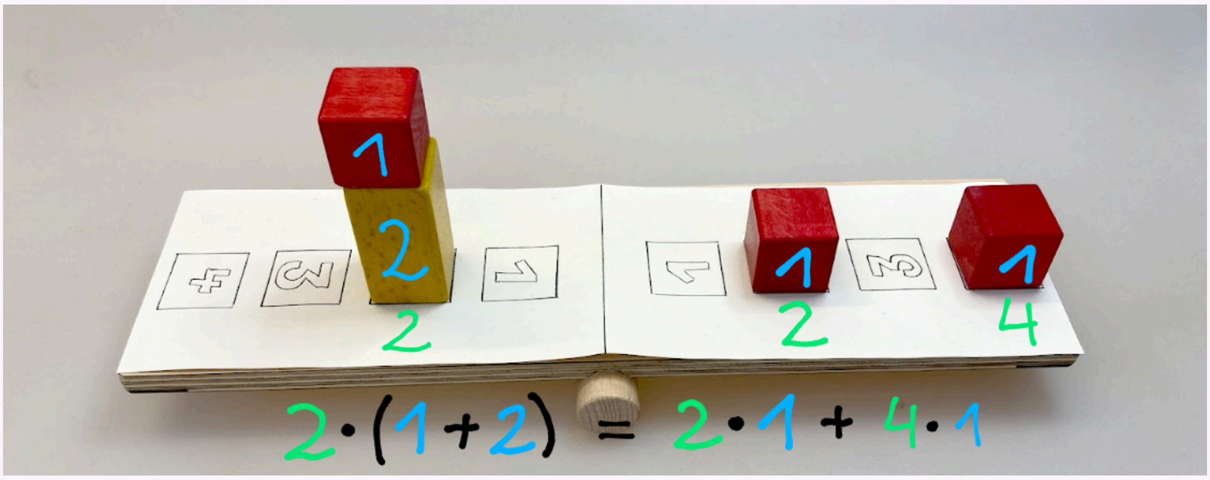
Die Einführung von mehr als zwei Gewichten auf der Wippe kann das Verständnis weiter verbessern. Das Anbringen von Markierungen auf der Wippe, die negative und positive Werte sowie den Nullpunkt am Drehpunkt kennzeichnen, hilft bei der Erkenntnis, dass das Gleichgewicht eintritt, wenn die Summe der gewichteten Abstände (d. h. die Summe der Produkte der Gewichte durch den vorzeichenbehafteten Abstand) gleich Null ist – eine Erkenntnis, die mit etwas Nachdenken und Zeit erreicht werden kann.

Beispiele für Aktivitäten mit demselben Material

Die erste Aktivität ergibt sich von selbst, wenn die Kinder die Steine auf dem Hebelarm positionieren, um das Gleichgewicht zu erreichen. Der Vorschlag, eine begrenzte Anzahl von Steinen (z. B. drei oder vier) zu verwenden, fördert das intuitive Erfassen der zugrunde liegenden Prinzipien.

Bei der zweiten Aktivität werden verschiedenfarbige Steine auf gegenüberliegende Seiten der Wippe gelegt, um ein Gleichgewicht zu erreichen. Entscheidend ist, dass die verschiedenen Steine auf die gleichen numerischen Markierungen gelegt werden (zum Beispiel beide Seiten auf die Markierung 2). Durch dieses Experiment können die Kinder erkennen, dass größere Steine schwerer sind als kleinere.

Eine dritte Herausforderung besteht darin, die Quader auf verschiedene numerische Markierungen entlang der Hebelarme zu setzen, um das Gleichgewicht herzustellen. Indem wir dem kleinsten Stein einen Wert von einer Einheit und den größeren Steinen Werte von zwei bzw. vier Einheiten zuweisen, können wir das Gleichgewicht erreichen, indem wir diese Regel befolgen: Das Produkt aus der Anzahl der Einheiten und der Anzahl, auf die man die Steine setzt, muss auf beiden Seiten des Hebelarms gleich sein. Legt man zum Beispiel den Vierer-Stein auf die Nummer 1 und den Zweier-Stein auf die Nummer 2, ist das Gleichgewicht erreicht.



Das Gleichgewichtsspiel

Bei dem Exponat „Das Gleichgewichtsspiel" haben die Kinder die Aufgabe, Bausteine auf einer Mauerkante zu balancieren. Nach einigen Versuchen gelingt es ihnen vielleicht mühelos, das Gleichgewicht zu halten. Einige Bausteine weisen eine zentrale Symmetrie auf – jeder Punkt des Bausteins ist diametral zu einem anderen Punkt um einen festen Mittelpunkt ausgerichtet, was einer Drehung um 180 Grad entspricht. In einem solchen Fall richtet sich das Baryzentrum am

Co-funded by the European Union

Symmetriezentrum aus, und wenn es über der Mauerkante positioniert wird, teilt es die Form in zwei gleiche Hälften (gleiche Fläche, gleiche Form, um 180 Grad gedreht) und gleicht die Form aus. Dies ist jedoch keine allgemeine Situation, und die Kinder sollten ermutigt werden, mit nicht symmetrischen Formen zu spielen.

Die Lehrkräfte können dann eine Diskussion darüber anstoßen, was diese Position einzigartig macht und ob sie etwas Besonderes ist. Zunächst könnten die Kinder annehmen, dass für das Gleichgewicht eine gleiche Fläche auf beiden Seiten der Mauer erforderlich ist, was nicht stimmt. Beim Wipp-Exponat ist bemerkenswert, dass nicht beide Arme gleich schwer sein müssen, sondern dass der Abstand zum Drehpunkt verändert werden kann. Das Gleichgewicht ist erreicht, wenn beide Arme die gleiche Hebelwirkung haben, die sich aus dem Produkt von Gewicht und Abstand zum Drehpunkt ergibt.

Hier ähnelt der Aufbau einem Hebel, wobei sich ein Teil der Bausteine auf jeder Seite der „Mauer" (Hebelpunkt) befindet. Das Gewicht in jedem Bereich entspricht seiner Fläche, aber wie groß sind die Armlängen? Der Abstand zwischen dem Baryzentrum der Region (ermittelt mit Apps wie „Regenschirme bauen" oder „Das Barycenter") und dem Kontaktsegment bestimmt die Länge des Arms. Das Gleichgewicht ist erreicht, wenn beide Regionen die gleiche Hebelwirkung haben (Fläche multipliziert mit der Armlänge), nämlich dann, wenn der globale Schwerpunkt auf dem Kontaktsegment am Drehpunkt ruht.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Form nur dann das Gleichgewicht erreicht, wenn das Segment, das die „Mauer" berührt, das Baryzentrum der Form enthält. Ein Experiment kann dies veranschaulichen: Man platziert den Baustein im Gleichgewicht an der „Mauer" und fügt eine kleine Münze zwischen den Baustein und die „Mauer" an einem Endpunkt des Kontaktsegments ein. Die Figur bleibt im Gleichgewicht und ruht nun auf zwei Punkten: der Münze und dem gegenüberliegenden Endpunkt des Segments. Bewegt man die Münze allmählich (mit Hilfe eines Lineals oder eines anderen flachen Werkzeugs) in Richtung des gegenüberliegenden Endpunkts, so balanciert die Form genau auf der Münze, wenn sie den Schwerpunkt der Form erreicht. Du kannst diese Eigenschaft mit einer transparenten Form aus dem Exponat „Regenschirme bauen" testen, deren Baryzentrum zuvor von der App identifiziert wurde.

Beispiele für Aktivitäten mit demselben Material

Im Anschluss an die Ausstellung kann man verschiedene interessante Aktivitäten im Klassenzimmer anbieten. Die Kinder könnten im Klassenzimmer nach Gegenständen suchen, die sie ausbalancieren können, oder eine Schnitzeljagd nach Dingen mit ähnlichen Formen in ihrer Umgebung machen. Eine weitere Herausforderung besteht darin, diese Gegenstände auf Papier zu kopieren, die Formen auszuschneiden und sie dann auf Plastikfiguren zu stellen, um das Gleichgewicht wiederherzustellen. Das Zeichnen einer Linie auf dem Papier an der Stelle, an der sich das Objekt im Gleichgewicht befindet, hilft dabei, den Gleichgewichtspunkt zu verstehen. Bei der weiteren Erkundung können die Figuren auf Symmetrie untersucht werden. Eine letzte Übung besteht darin, einen Stab (z. B. einen Besen) mit beiden Händen zu balancieren. Man kann den Schwerpunkt leicht herausfinden, wenn man einen Stab auf zwei Finger legt, einen von jeder Hand, und beide Hände langsam zusammenführt. Überraschenderweise bleibt die Stange im Gleichgewicht. Indem du die Finger zusammenführst, bestimmst du den Schwerpunkt des Stabes.

Co-funded by the European Union

Regenschirme bauen und Baryzentrum

Die Apps „Regenschirme bauen” und „Das Baryzentrum” sind eng miteinander verwandt. Erstere ist für die eigenständige Nutzung in einer Ausstellung konzipiert und bietet eine einfachere, auf jüngere Kinder zugeschnittene Benutzeroberfläche. „Das Baryzentrum” hingegen erweitert die Funktionalität der ersten App und bietet dieselben Funktionen und komplexere Optionen. Diese erweiterte Version eignet sich besser für ältere Kinder und die Verwendung unter Anleitung einer Lehrkraft.

„Regenschirme bauen” fordert dazu auf, ein Blatt waagerecht auf einem Stock zu balancieren und so einen Regenschirm zu formen. Mit der App auf einem Tablet können die Kinder einfache Figuren, insbesondere Blätter, zeichnen und ihren Schwerpunkt sofort visualisieren. Die Positionierung des Blattes mit diesem Punkt auf dem Stock gewährleistet das Gleichgewicht. Transparente Blattformen können beim Zeichnen helfen, und ein empirischer Ansatz – das manuelle Ausbalancieren von Blattformen zur Ermittlung des Schwerpunkts – kann mit dem von der App berechneten Schwerpunkt verglichen werden.

„Das Baryzentrum” ermöglicht es den Nutzern, verschiedene Formen auf einem Tablet zu zeichnen und das gemeinsame Baryzentrum mehrerer Formen neben den individuellen Baryzentren zu erforschen. Die Kinder können vorkonfigurierte Formen auswählen oder ihrer Kreativität freien Lauf lassen, indem sie ihre eigenen Formen zeichnen.

Beispiele für Aktivitäten mit demselben Material

Die Kinder können eine kleine Form auf dem Tablet zeichnen und sowohl die Form als auch ihren Mittelpunkt auf ein Blatt Papier übertragen. Sobald die Form gezeichnet ist, wird sie auf dem Tablet fixiert, so dass ein Berühren des Bildschirms die Form nicht löschen kann, bis sie die Stifttaste drücken. Wenn du das Tablet auf maximale Helligkeit einstellst, kannst du das Profil auf einem Blatt Papier nachzeichnen, das du auf das Tablet legst.

Ermutige die Kinder, dieselbe Form etwas größer zu zeichnen, wobei sie einen konstanten Abstand zwischen ihrem Finger/Stift und den Kanten der Form beibehalten sollen. Vergleicht man die Mittelpunkte der beiden Formen, sollte man feststellen, dass sie identisch sind.

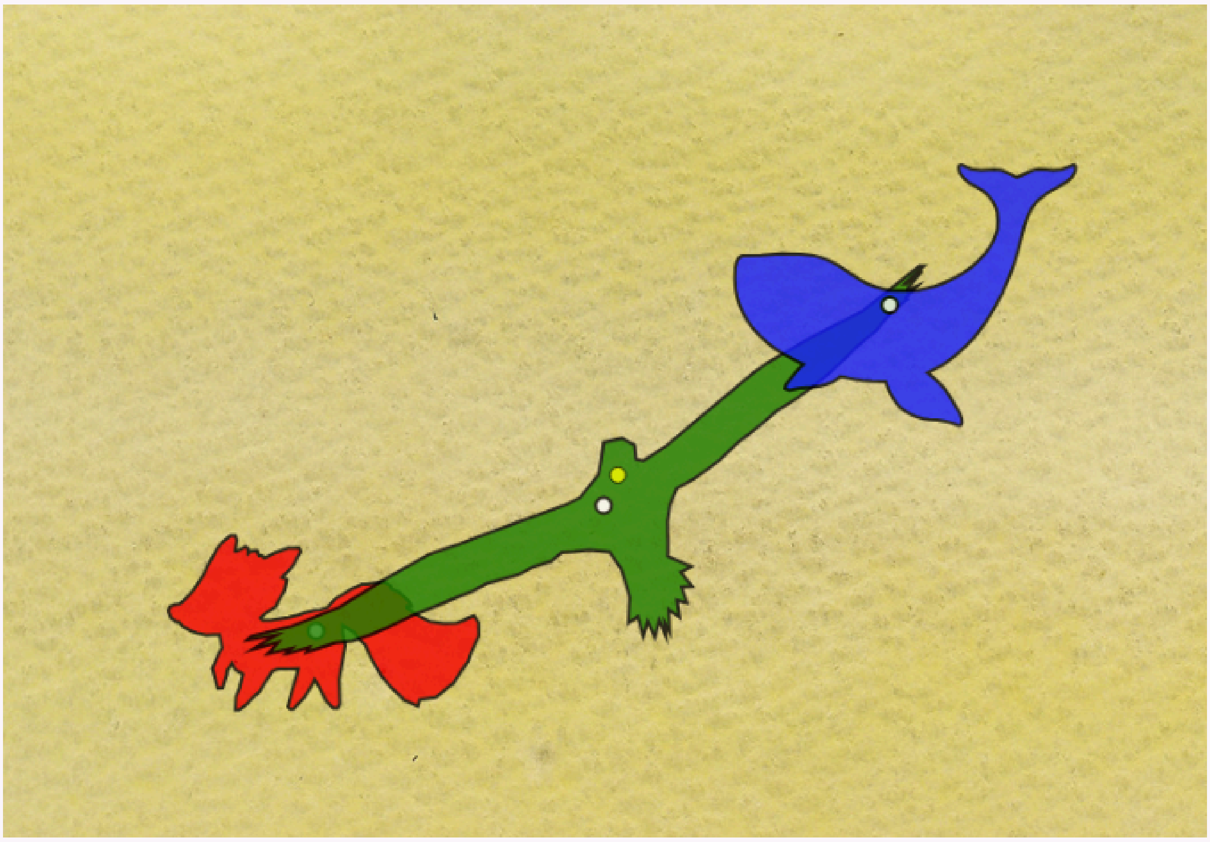
Eine weitere Erkundung kann das Aufhängen verschiedener Gegenstände an einem Stock oder Finger beinhalten. Beispiele sind das Balancieren eines Tellers auf einem Holzstab, was an Zirkuskunststücke erinnert, oder das Drehen eines Basketballs auf einem Finger. Für die ersten Versuche kann ein dickerer Stab verwendet werden, um ein besseres Gleichgewicht zu erreichen, und mit zunehmender Erfahrung können die Kinder zu dünneren Stäben übergehen.

Mit der App „Das Baryzentrum” können Kinder ein physisches Krippenmobile konstruieren, das aus drei horizontal ausbalancierten, ebenen Formen besteht. Die Lehrkraft kann Schablonen zum Ausschneiden vorbereiten, und die Kinder können das Mobile mit Kleber und Schnur zusammenbauen. Alternativ können die Kinder ihre Formen entwerfen und als PDF-Datei speichern, die die Lehrkraft dann ausdruckt, und die Kinder können dann ihr eigenes Krippenmobil bauen.

Wir empfehlen die folgende Struktur zu verwenden: Eine längliche Form, wie ein Vogel mit ausgebreiteten Flügeln. Zwei weitere Formen können alles Mögliche sein (z. B. verschiedene Tiere). Die lange Form wird mit einer Schnur von der Decke abgehängt. Die beiden anderen Formen hängen mit Hilfe von Schnüren in einem gewissen Abstand (z. B. an den Flügelspitzen) an der langen Form. Alle drei Formen halten das horizontale Gleichgewicht. Verwende die App, um die

SMEM
Co-funded by the European Union

Formen zu entwerfen, und die markierten Mittelpunkte, um die geeigneten Stellen für die Schnurbefestigung zu finden.



Verbindung zum Lehrplan

Die Auseinandersetzung mit Lernangeboten zum Gleichgewicht und zum Thema Schwerpunkt unterstützt die Fähigkeit, Mengen, Flächen und Abstände besser einschätzen und in Systeme einordnen zu können. Dabei werden mathematische und prozessbezogene Kompetenzen wie Kommunikation, Darstellung, Problemlösen, Argumentieren, aber auch Modellieren gefördert. Fertigkeiten wie das richtige Vergleichen von Flächen, Zahlen und Gewichten, das Treffen und Überprüfen von Annahmen und die Entwicklung eines guten Mengenverständnisses finden sich in der Auseinandersetzung mit den Bereichen Gleichgewicht und Schwerpunkt wieder.

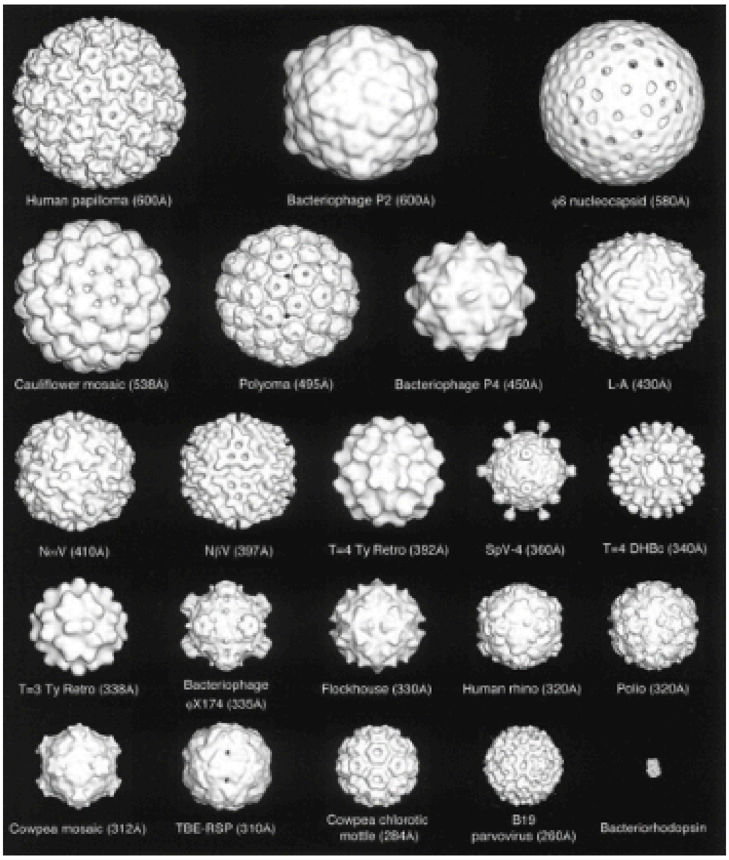
Der theoretische Hintergrund, der zu Beginn dieses Kapitels dargelegt wurde, geht über die inhaltlichen Anforderungen der üblichen Lehrpläne für Geometrie und Mathematik in der angestrebten Altersgruppe (3-8 Jahre) hinaus und wird in der Regel nicht durch die Ausbildung von Kindergärtnerinnen und Kindergärtnern – oder Grundschullehrerinnen und -lehrern – abgedeckt, zumindest in Deutschland. Nichtsdestotrotz bietet es ein sehr wertvolles, breiteres Wissen für die Lehrkraft, die entscheiden kann, wie sie Kinder an diese Konzepte heranführt. Eine solche frühe und verdeckte Auseinandersetzung mit abstrakten Konzepten, die sich hinter Spielen und Aktivitäten verbergen, würde die Entwicklung des mathematischen Denkens bei Kindern fördern. Die Inhalte können auch auf höheren Ebenen wie der Sekundarstufe verwendet werden, um beispielsweise die Grundrechenarten, Grenzwerte und die Vektorrechnung (z. B. Green's Theorem zur Berechnung des Schwerpunkts) und darüber hinaus einzuführen.

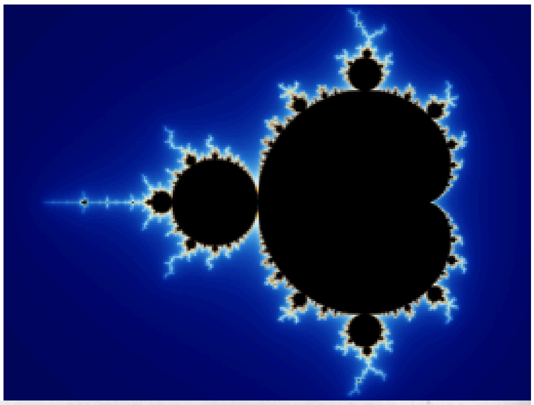
SMEM
Co-funded by the European Union

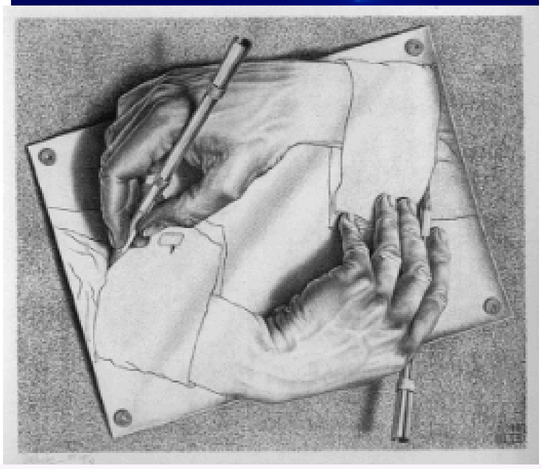
Spiegelungen und Symmetrien

Definition des Themas

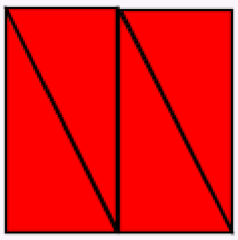
Nur wenige Begriffe sind so sehr mit der menschlichen Erfahrung verknüpft wie die Symmetrie. Von den natürlichsten und spontansten Entdeckungen eines kleinen Kindes (Körper, Hände, ..., Spiegel!) bis hin zu den verschiedenen Formen der Kunst: Skulptur, Musik, Architektur, Malerei, und den Wissenschaften: Chemie, Physik, Biologie und natürlich Mathematik.[1]

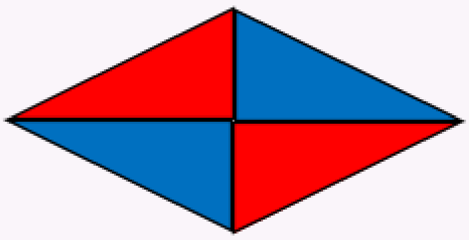






Hier sind die komplexesten Überlegungen genauso viel wert wie die Entdeckung, die ein elfjähriges Mädchen machen kann, wenn es entdeckt, dass es ein Polygon nicht einfach durch eine Verschiebung oder eine Drehung in ein anderes verwandeln kann, sondern dass es die Ebene verschieben muss, um eine Symmetrie herzustellen.





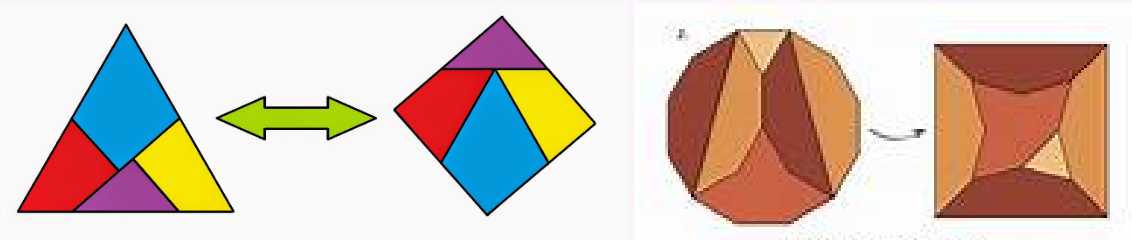
[1] 2019 organisierte das MMACA in Zusammenarbeit mit der Stiftung EduCaixa eine Reihe von Konferenzen, bei denen das Konzept der Symmetrie durch Musik, bildende Kunst, Kino, Literatur und museografische Sprache entwickelt wurde. https://cosmocaixa.org/es/p/espejos-y-simetrias_c379563.

Co-funded by the European Union

Einmal entdeckt, wird die Symmetrie zu einem Teil unseres mathematischen Blicks. Aber wir haben alle gesehen, wie schwierig es für die jüngsten Kinder ist, diesen kleinen großen Schritt zu machen und die Bindung an das Blatt oder das Brett zu durchbrechen.

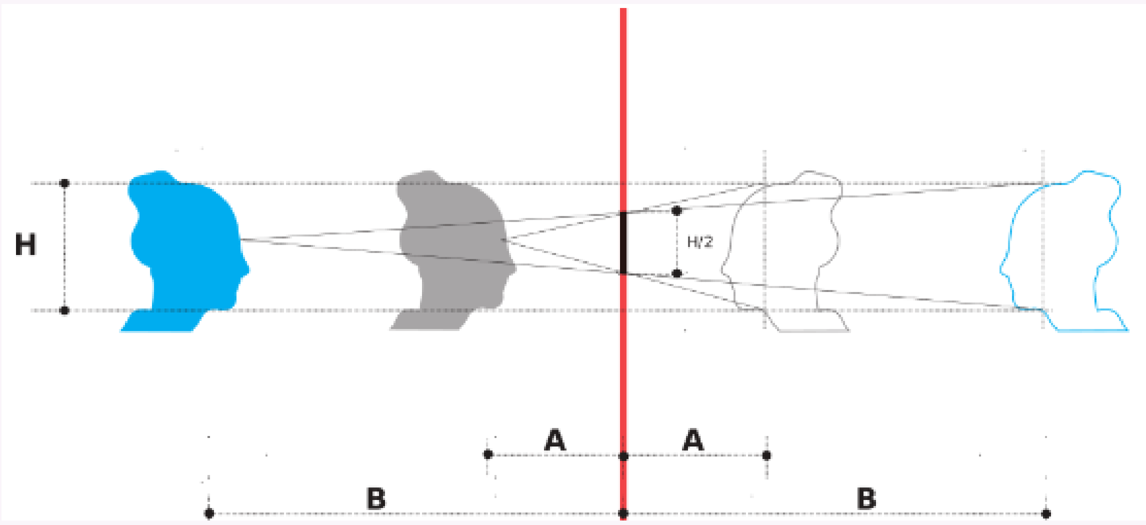
Symmetrie ist dem menschlichen Denken so sehr eingeschrieben, dass sie oft der erste Ansatz zur Lösung eines Problems ist. Ein gutes Beispiel ist die Gleichwertigkeit von Vielecken durch die Zerlegung und Neuzusammensetzung ihrer Bestandteile.

Auch wenn es aus einer naiven Betrachtung heraus einfacher erscheinen mag, ein Dreieck in ein Quadrat zu verwandeln als ein Zwölfeck (und umgekehrt), ist in Wirklichkeit das Gegenteil der Fall. Das liegt daran, dass die Symmetrie die Umwandlung des Zwölfecks leitet:



Als Mathematik begann, sich von ihrer Rolle als rein abstrakte Disziplin zu lösen, um ihre spielerische Seite zu zeigen, die näher an den alltäglichen Erfahrungen liegt, erhielt die Symmetrie – mit und ohne Spiegel – einen wichtigen Platz, vor allem auch im Museumskontext.

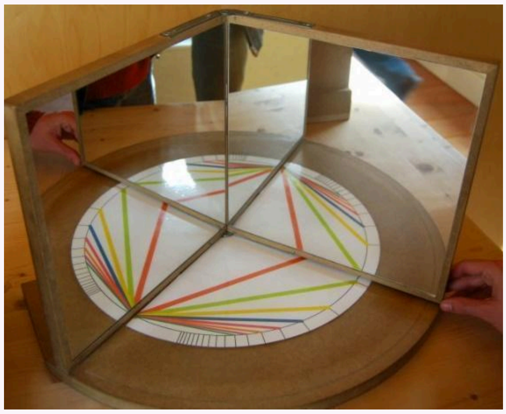
Ein großer Teil der Ausstellung im MateMilano und die gesamte Ausstellung des MMACA in Castelldefels widmete sich zu Beginn der Symmetrie. Aber Symmetrie-Exponate, Spiegel und Kaleidoskope sind Teil aller wissenschaftlichen und technischen Ausstellungen in den großen Museen. Das Angebot reicht von der verwirrenden Erfahrung in einem Spiegellabyrinth bis hin zum Nachdenken über eine Erfahrung, die alle bekannte Erfahrung zu erschüttern scheint: Die Exponate laden die Besucher*innen ein, die Abmessungen ihres Gesichts in einem gewöhnlichen Spiegel zu messen und dann zu entdecken, dass das Bild nur die Hälfte des Objekts (des Gesichts) ist und dass sich seine Abmessungen nicht ändern, wenn die Person sich dem Spiegel nähert oder entfernt. Was geschieht?



Die Physik erklärt das Phänomen, aber um es wirklich zu verstehen, muss man ein wenig reflektieren (Wortspiel beabsichtigt) und ein wenig Zeit damit verbringen, den Spiegel zu Hause mit der Kante eines Seifenstücks oder einem Tafelstift zu verwischen.

SMEM
Co-funded by the European Union

Die folgende Erklärung erfolgt durch ein Paar von Spiegeln, die entlang einer der Seiten in Form eines Buches verbunden sind. Eine Münze oder die Anzahl der Seiten eines Polygons werden multipliziert, wenn sich der Winkel zwischen den Spiegeln ändert.

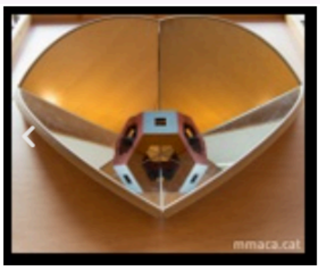


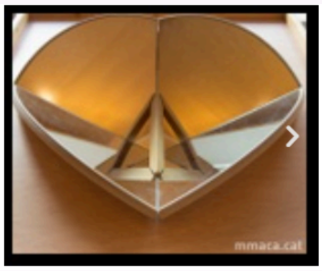
Das Spiegelbuch mit einem Innenwinkel von 90° unterscheidet zwischen rechts und links: Stelle dich genau in die Mitte zwischen die Spiegel und berühre dein Ohr mit deiner rechten Hand. Welche Hand hat dein Spiegelbild benutzt? Drehe nun das Spiegelbuch, während du noch darin zu sehen bist. Warum steht dein Spiegelbild auf dem Kopf? Und um wie viel Grad hast du dich im Spiegelbuch gedreht? 90° oder 180°?

Haben wir verstanden, dass ein Spiegel mit zwei multipliziert, zwei Spiegel mit vier multipliziert und drei Spiegel so angeordnet werden, dass sie die Innenkante eines Würfels bilden? Wir wollen lernen, mit den Fingern einem Weg zu folgen, der in einem Spiegel reflektiert wird. Vorwärts oder rückwärts? Wie bewegt man den Finger, wenn die Bahnkurve nach links ausschlägt?

Wir können unendliche Mosaike zwischen parallelen Spiegeln zeichnen und dürfen uns nicht von den falschen Proportionen des [Ames-Raums](#) täuschen lassen. Wir geben schließlich vor Kaleidoskopen auf, bei denen ein Segment die 20 Dreiecke eines Ikosaeders oder, wenn es senkrecht verschoben wird, die 12 Fünfecke eines Dodekaeders erzeugt. Es ist eine echte Sublimierung des Spielzeugs, genau wie das Teleskop von Galilei.





Co-funded by the European Union

Verbindung zum Lehrplan

Bevor wir mit der Beschäftigung mit symmetriebezogenen Aktivitäten beginnen, müssen wir das Konzept von passenden Formen vorstellen, das im Lehrplan für den allerersten Mathematikunterricht eine grundlegende Rolle spielt. Dieser Zeitraum, der Kinder im Alter von 3 bis 6 Jahren betrifft, ist eine entscheidende Phase der kognitiven Entwicklung und der Vorbereitung auf das formalere mathematische Lernen. Das Erforschen und Handhaben geometrischer Formen in diesen Jahren ist wichtig, um den Grundstein für mathematisches Verständnis zu legen.

Zu Beginn werden die Kinder ermutigt, verschiedene geometrische Formen konkret zu erforschen und zu benutzen, zum Beispiel durch Pattern Blocks. Sie lernen, diese Formen in ihrer alltäglichen Umgebung zu erkennen, sei es durch Spielzeug, Gegenstände oder sogar architektonische Elemente. In diesem ersten Schritt werden die jungen Lernenden mit Grundformen wie Kreisen, Quadraten, Dreiecken und Rechtecken vertraut gemacht, lernen aber auch, einige von ihnen zusammenzusetzen, um andere Formen zu zeichnen: von einem regelmäßigen Dreieck bis hin zu einer Raute, einem Trapez und einem Sechseck. Anschließend lernen sie, diese Formen zu benennen. Dies erweitert nicht nur ihren Wortschatz, sondern zeigt auch, wie nützlich es ist, die Eigenschaften eines Objekts zu definieren und zu fixieren, indem man sie unter einem Namen zusammenfasst.

Die Kinder lernen außerdem, die Eigenschaften von Formen zu unterscheiden, zum Beispiel Regelmäßigkeiten und Muster zu erkennen und Dimensionen, Seiten und Flächen zu vergleichen. Dies ist ein entscheidender Schritt bei der Entwicklung ihrer Fähigkeit, Formen genau zu beschreiben und zu kommunizieren.

Das Zusammensetzen von geometrischen Formen ist eine pädagogische Schlüsselaktivität. Die Kinder beginnen, aus diesen Grundformen Kompositionen zu erstellen, was ihr räumliches Denken und ihre Kreativität fördert, die durch die Verdoppelung der Formen im Spiegel noch weiter angeregt wird.

In einem weiteren Schritt kann der Spiegel zum Werkzeug werden, um die Formen in kleinere Einheiten zu unterteilen, die regelmäßig wiederholt werden können, wenn wir die Symmetrieachse oder das Symmetriezentrum finden. Dies stellt Aktionen dar, um zwei unterschiedliche Ansätze in einen Dialog zu bringen: den analogen, der auf Beobachtung basiert, und den analytischen, der auf der Erkennung von Variablen und der Entwicklung von Strategien beruht.

Zu Beginn des nächsten Lernabschnitts (6. bis 8. Lebensjahr) setzen die Kinder ihre mathematischen Kenntnisse fort, indem sie die bereits erworbenen soliden Grundlagen konsolidieren. Diese Anfangsphase des zweiten Abschnitts ist durch eine tiefere Erkundung der geometrischen Formen gekennzeichnet. Die Schülerinnen und Schüler sind nun mit Quadraten, Rechtecken und Dreiecken besser vertraut und können weiter gehen. Sie beginnen, komplexere Figuren aus diesen elementaren Formen als Teile eines mathematischen Puzzles zusammenzusetzen. Sie erforschen und erkennen geometrische Beziehungen weiter und stärken so ihr Verständnis von Symmetrie und Ausrichtung in konkreten Kontexten.

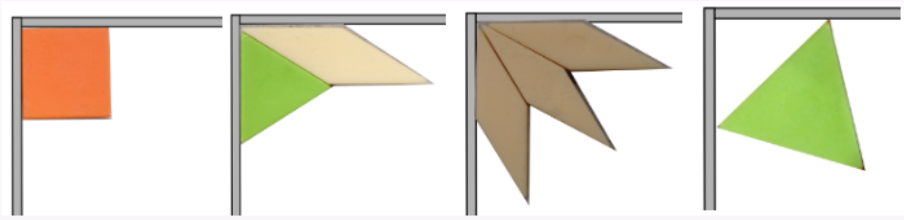
Schließlich ist das Erstellen geometrischer Figuren auf natürliche Weise mit anderen mathematischen Fähigkeiten verknüpft. Die Kinder beginnen, die Konzepte von Umfang und Fläche zu verstehen, wenn sie mit flachen Figuren arbeiten (das Konzept des Baryzentrums ist ein geeigneter nächster Schritt, siehe das Kapitel über Gleichgewicht), was ihr Gesamtverständnis von Mathematik und ihre Fähigkeit, Probleme ganzheitlich zu lösen, verbessert.

SMEM
Co-funded by the European Union

SMEM-Exponate zum Thema Symmetrie

Frühlingsblumen

Du kannst verschiedene Formen zeichnen, indem du Pattern Blocks vor ein Spiegelbuch mit einem Innenwinkel von 90° legst. Es ist logisch, dass nur die Formen, die allein oder zusammen einen rechten Winkel bilden, zwischen die Spiegel passen. In anderen Fällen entstehen leere Flächen in der Struktur, die symmetrisch wiedergegeben werden.

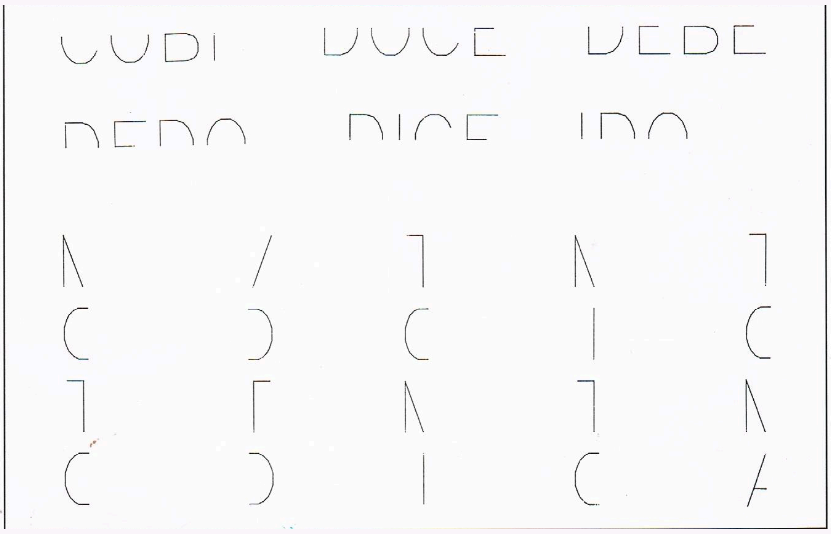


Eine Aktivität kann darin bestehen, dass die Kinder angeleitet werden, vorgegebene Formen nachzubilden, oder dass sie ermutigt werden, selbst originelle Strukturen zu entwerfen. Das Nachdenken und Reflektieren darüber ist von wesentlicher Bedeutung. Es regt die Analyse auf der Grundlage des bestehenden Wissens an, indem es die Winkel, die Zusammensetzung der Figuren (Aufzeigen der Gleichheit ihrer Seiten), die Beziehung zwischen verschiedenen Bereichen usw. untersucht.

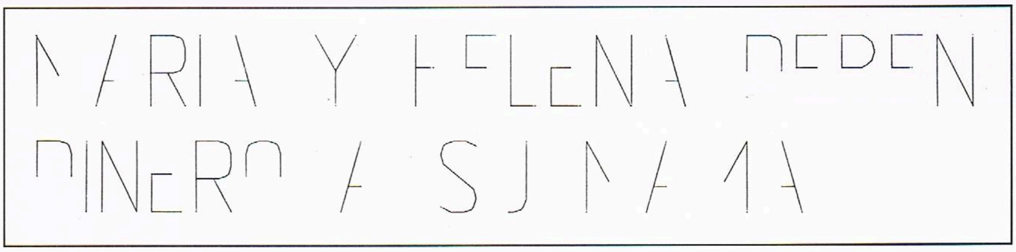
Eine weitere fortgeschrittene Fähigkeit ist das Erkennen von Symmetrie in vorhandenen Formen. Eine faszinierende, aber emotional wirkungsvolle Aktivität, ist die Aufnahme eines Selfies, bei dem die Kamera parallel zum Gesicht ausgerichtet ist, und die anschließende Duplizierung jeder Gesichtshälfte durch einem Spiegel. Diese Aktivität provoziert die Frage: Ist unser Gesicht wirklich symmetrisch?

Eine weitere Aktivität kann darin bestehen, die Symmetrie von Großbuchstaben zu untersuchen. Hier sind einige Beispiele mit spanischen Wörtern im Spiegel. Eine einfache Aufgabe für die Teilnehmenden kann darin bestehen, Wörter in ihrer eigenen Sprache zu finden, die sie mit Hilfe eines Spiegels lesen können.

Co-funded by the European Union

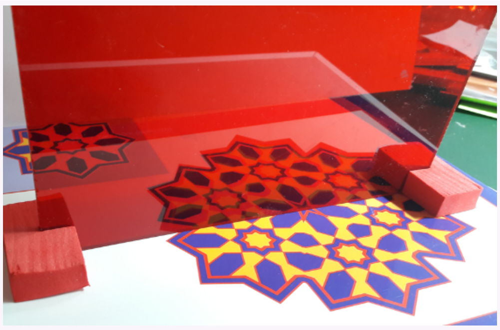


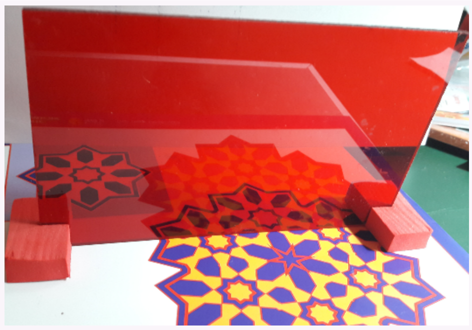
Und hier sind (spanische) Geheimbotschaften.



Die Symmetrie von Vielecken kann zu spannenden, immer komplexeren Aktivitäten führen, wie z. B. die Suche nach dem kleinsten Teil, der mit Hilfe von einem oder zwei Spiegeln die Rekonstruktion der gesamten Figur ermöglicht.

Hilfsmittel wie der MIRA-Spiegel (s. Abbildung) und der Georeflektor unterstützen die Erkundung der Symmetrie. Diese halbtransparenten Kunststoffplatten zeigen, wenn auf eine Figur gelegt, die „verborgene” Hälfte durchsichtig und teilweise reflektiert. Die Symmetrieachse wird erkannt, wenn beide Hälften aufeinander ausgerichtet sind.





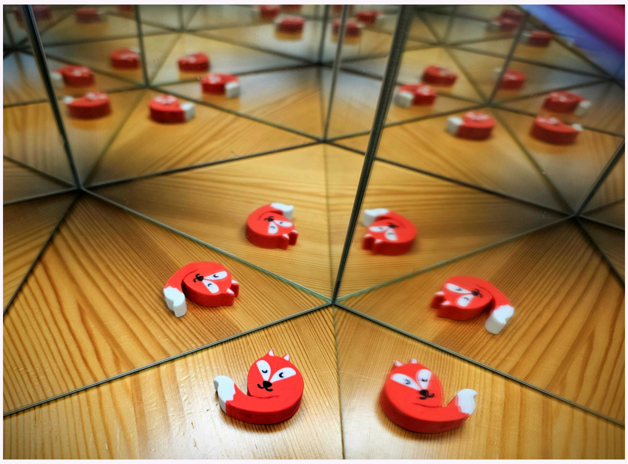
Kaleidoskope

Nach der Erkundung der Station „Frühlingsblumen" kann man von zwei zu drei Spiegeln übergehen, die ein Dreieck bilden. Dieser Übergang führt zum Exponat „Kaleidoskope", sowohl in seiner physischen als auch in seiner virtuellen Version. Im Gegensatz zu den Rosetten („Frühlingsblumen"), die mit zwei Spiegeln von außen betrachtet werden, füllt ein dreiseitiges Kaleidoskop die gesamte Ebene mit Mustern aus und bietet ein intensiveres Erlebnis. Es ist aber

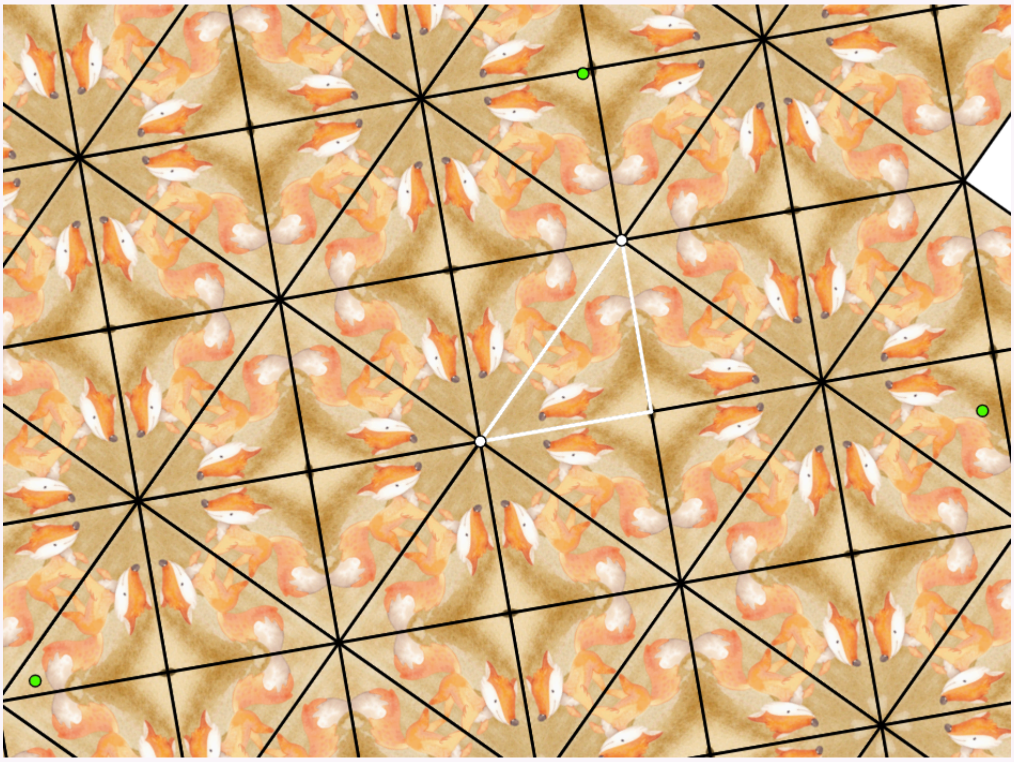
Co-funded by the European Union

gleichzeitig schwieriger aus einem bestimmten Blickwinkel zu sehen, so dass wir neben den physischen Spiegeln eine virtuelle Alternative anbieten.

Das Exponat zeigt Kaleidoskope in Form von speziellen Dreiecken mit den Winkeln (60°, 60°, 60°), (90°, 45°, 45°) und (90°, 60°, 30°). Legt man ein Objekt in diese Kaleidoskope, füllen ihre Spiegelungen die Ebene, wie unten zu sehen:



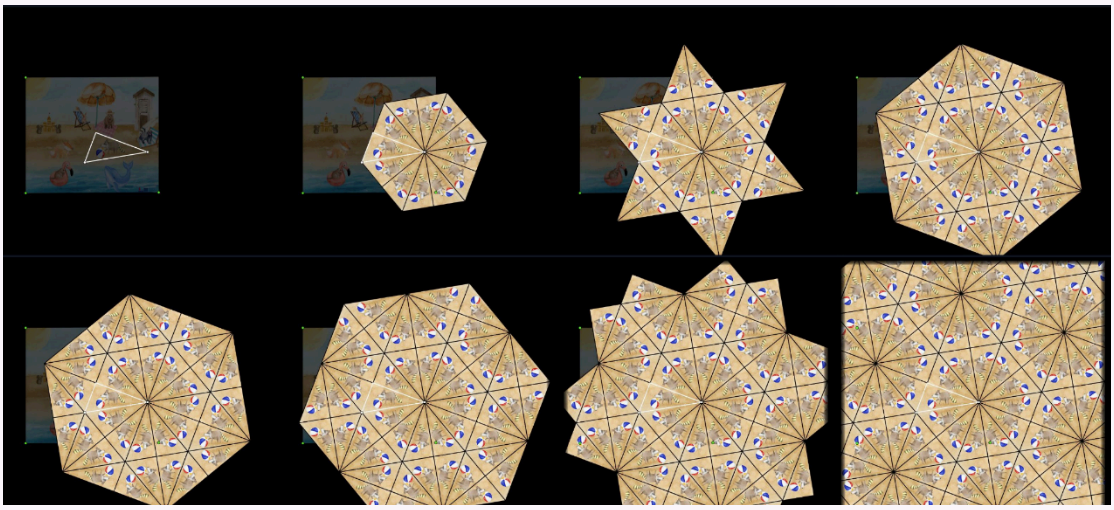
Das Foto oben zeigt den physischen Aufbau der (60°, 60°, 60°) Spiegelanordnung, ein gleichseitiges Dreieck, das von den drei Spiegeln gebildet wird. Die Abbildung unten ist die virtuelle Demonstration, die ein gleichschenkliges, rechtwinkliges Dreieck (90°, 45°, 45°) für die Kaleidoskop-Anordnung zeigt, ähnlich der Spiegelanordnung der Station „Frühlingsblumen".



Das Originalbild von Emy, dem Fuchs, ist innerhalb des weiß umrandeten Dreiecks markiert, während alle anderen Kopien Spiegelbilder des Originals darstellen, und Spiegelbilder von Spiegelbildern, und Spiegelbilder von Spiegelbildern von Spiegelbildern, …usw.

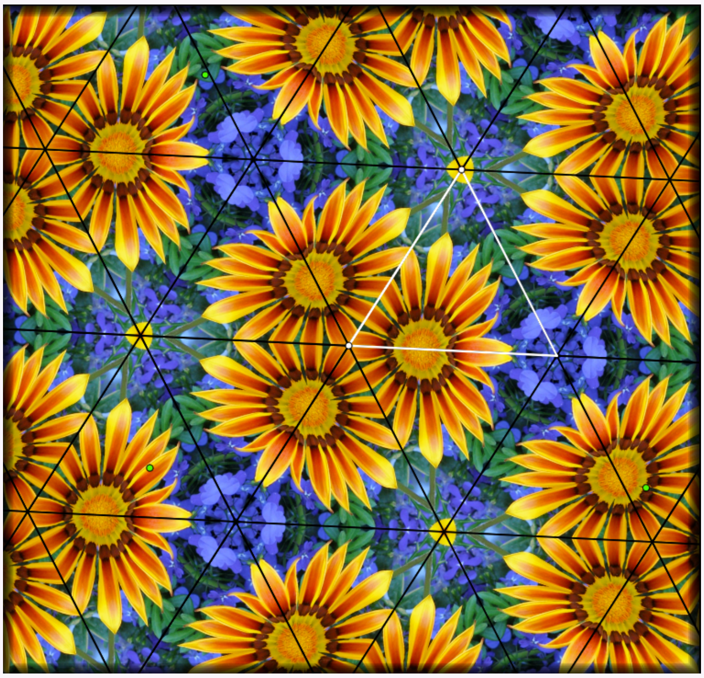
smem
Co-funded by the European Union

Das virtuelle Exponat ermöglicht es, die Anzahl der auf dem Bildschirm sichtbaren Spiegelbilder bis zu einem bestimmten Grad zu wählen, beginnend mit keinen Spiegelbildern, dann die Rosette aus zwei Spiegeln zeigend, und immer mehr Spiegelbilder außerhalb der Rosette (unter Beibehaltung der Kreissymmetrie) hinzufügend, bis die gesamte (sichtbare) Ebene mit Spiegelbildern gefüllt ist.

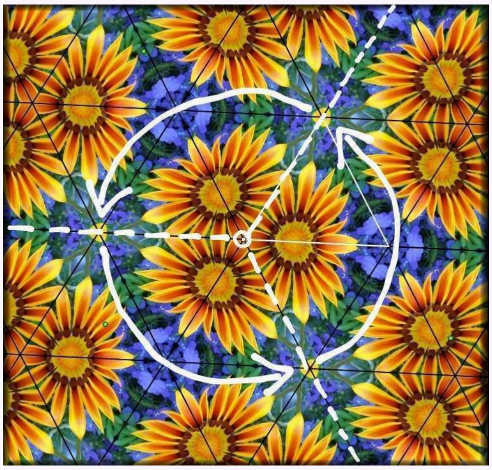


Ein sich wiederholendes Muster, das die Ebene bedeckt, wird als periodische Kachelung oder Parkettierung bezeichnet. Es kann aus mehreren geometrischen Formen (sogenannten Kacheln) bestehen, die ohne Überlappungen oder Lücken angeordnet sind und die Ebene bedecken. In unserem Fall verwenden wir nur eine Art von Kacheln – ein Dreieck. Wir haben die Winkel so gewählt, dass wir ein Kachelmuster erstellen können. Du kannst herausfinden, ob es andere dreieckige Kacheln gibt, mit denen sich die Ebene kacheln lässt.

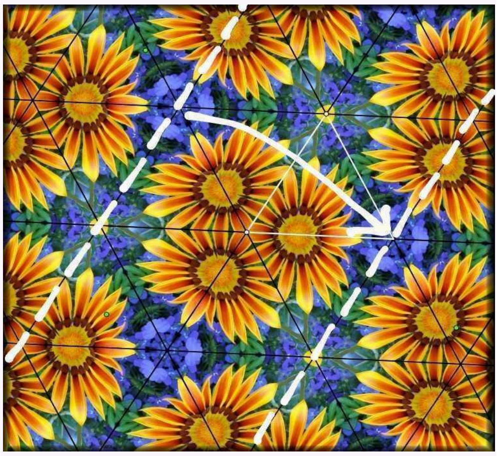
Eine einzigartige periodische Kachelung entsteht, wenn eine einzige regelmäßige Kachel mehrfach verwendet wird und sich somit unendlich über die Ebene erstreckt. Regelmäßig bedeutet, dass alle Seiten die gleiche Länge haben und alle Winkel gleich sind. Die einfachste regelmäßige Form ist zum Beispiel das gleichseitige Dreieck, so dass mit der (60°, 60°, 60°)-Spiegelanordnung ein regelmäßiges periodisches Kachelmuster entsteht, das verschiedene Arten von Symmetrien aufweist:



Beim Betrachten der Abbildung kann man verschiedene Arten von Symmetrien erkennen:



Die Rotationssymmetrie kann man sich am besten vorstellen, indem man einen beliebigen Scheitelpunkt eines der Dreiecke auswählt. Halte nun diesen Punkt fest und drehe das Muster um diesen Punkt. Du kannst dies entweder in deiner Vorstellung tun oder einen Ausdruck, der mit einer Nadel fixiert ist, tatsächlich drehen. Wenn du eine ausgedruckte Version verwendest, musst du dir vorstellen, dass sich das Muster ewig fortsetzt und die ganze Ebene (nicht nur das Papier) bedeckt. Nach einer Drehung von 60° erhältst du eine gespiegelte Version des Musters, mit dem du begonnen hast. Nach weiteren 60° erhält man wieder das ursprüngliche Muster. Diese Art der Symmetrie wird 3-fache Symmetrie genannt (da man bei einer Drehung um 360° dreimal das ursprüngliche Muster erreicht).



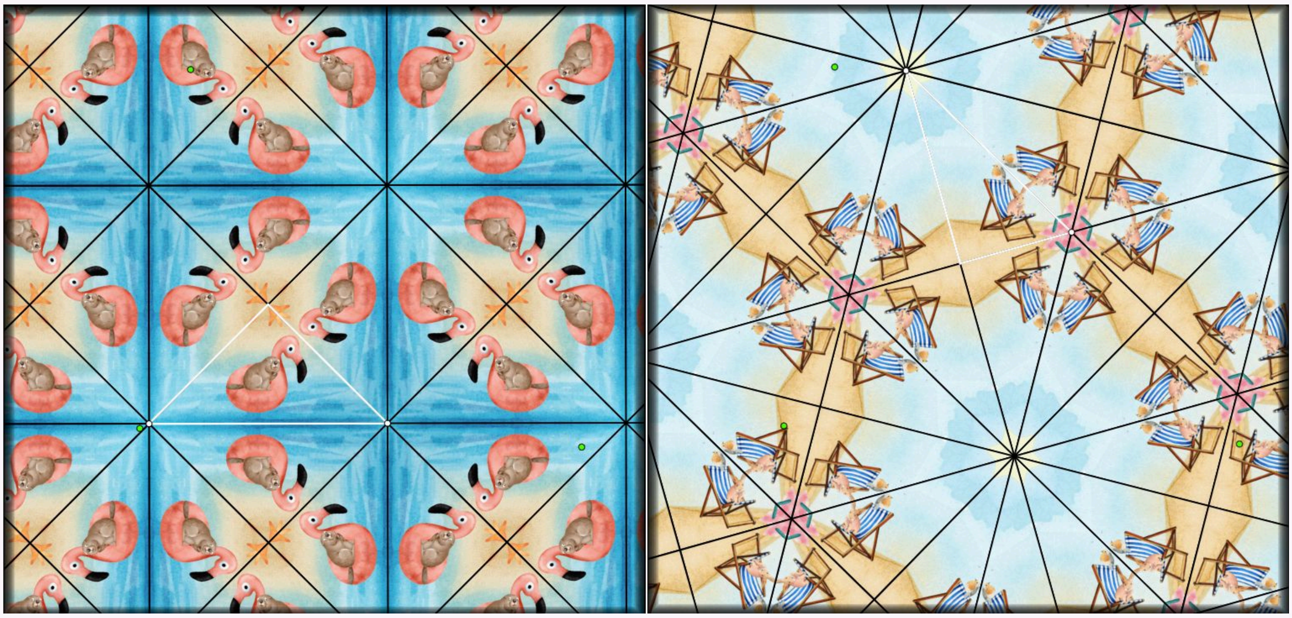
Translationssymmetrie wird erreicht, indem das gesamte Muster um einen bestimmten Wert in dieselbe Richtung verschoben wird, so dass man dasselbe Muster erhält wie zu Beginn. Wähle im obigen Bild eine der geraden Linien. Es kann entweder eine der horizontalen Linien sein oder eine der Linien, die das Bild in einem Winkel durchqueren (von links oben nach rechts unten oder von links unten nach rechts oben). Unabhängig davon, für welche Linie du dich entscheidest, wird es mehrere Linien derselben Art geben, die alle parallel zueinander verlaufen. Du kannst dir nun vorstellen, dass du die von dir gewählte Linie auf die zweitnächste parallele Linie legst, so dass du das gleiche Muster erhältst wie am Anfang. (Es wird nicht funktionieren, wenn du bei der nächsten parallelen Linie aufhörst, du wirst zu einem Spiegelbild des ursprünglichen.)

Die Spiegelsymmetrie ist am intuitivsten. Man kann sich vorstellen, dass man einen Spiegel an eine der drei Arten von Linien hält, die wir bereits für die Translationssymmetrie identifiziert haben, und dass man dasselbe Muster erhält.

Dann gibt es noch die Gleitspiegelung, die eine Kombination aus Translation und Spiegelung ist. Man stellt sich also vor, das gesamte Muster zu verschieben und es anschließend zu spiegeln (oder andersherum), um wieder dasselbe Muster zu erhalten.

Co-funded by the European Union

Als Übung kannst du versuchen, die verschiedenen Symmetrien zu erkennen, die durch die beiden anderen dreieckigen Spiegelanordnungen entstehen.



Wer von diesen periodischen Kacheln fasziniert ist, kann die App iOrnament oder Morenaments ausprobieren, mit der man eigene Muster in jeder der 17 Symmetriegruppen zeichnen kann (sieh dir auch das Konzept der Symmetriegruppen an, die als Wandmustergruppen bezeichnet werden. Ein guter Startpunkt ist die offene Mathigon-Plattform). Kinder ab einem sehr jungen Alter werden in der Lage sein, tolle Muster von Grund auf zu erstellen.

Co-funded by the European Union

Freunde im Spiegel

Das weiteres Exponat, das MMACA für Kinder im Alter von 6 bis 10 Jahren vorschlägt, ist in gewisser Weise einfacher, erfordert aber ein Minimum an Hilfsmitteln für das Kopfrechnen und die Kenntnis der Additions- und Multiplikationsoperationen (Faktoren 2 und 3).

Es besteht aus drei Kästchen mit den Werten 1, 2 und 3, einer variablen Anzahl von Gummibällen (von 2 bis 4) und 1 oder 2 Würfeln (zur Abstufung der Schwierigkeit). Die Würfel bestimmen den Wert, der durch das Platzieren der Gummibälle in den Kästchen zusammengesetzt wird. Der Wert, den der in das Kästchen gelegte Ball annimmt, wird durch die Zahl, die das Kästchen trägt, bestimmt. Das erste Kind komponiert den Wert und ein zweites versucht dasselbe, ändert aber die Zusammensetzung.

Beispiel mit 1 Würfel und 2 Bällen. Würfelwert: 4.

Der erste Spieler/die erste Spielerin kann zwei Bälle in das Kästchen mit der Zahl 2 legen (2x2 = 4) und die zweite Person kann einen Ball in die Kästchen 1 und 3 legen (1+3 = 4); auf diese Weise erhalten sie jeweils einen Punkt. Wir können die Möglichkeit von Zusammensetzungen erhöhen, indem wir einen dritten Ball zur Verfügung stellen. Man kann Regeln einführen, bei denen die erreichte Punktzahl der Anzahl der verwendeten Bälle entspricht.

Weitere interessante Variationen lassen sich einführen, indem man den Wert der Kästchen variiert (1, 2 und 4, als Annäherung an das binäre System) oder indem man das Kästchen 0 (neutrales Element der Summe) einführt und den Einsatz aller Bälle verlangt.

Wie bereits erwähnt, setzt die Aktivität – wenn auch grundlegende – Kenntnisse der Addition und Multiplikation voraus. Als wir uns mit dem Problem konfrontiert sahen, sie an ein Publikum mit weniger Rechenhilfsmitteln anzupassen, erlaubte uns die Verwendung von Spiegeln, einen Schritt zurück zu machen und die Notwendigkeit des Rechnens in ein Zählen umzuwandeln: 1 Spiegel = 1 Objekt + 1 Bild = Multiplikation mit 2; 2 Spiegel im Winkel von 120° = 1 Objekt + 2 Bilder = Multiplikation mit 3; 2 Spiegel im Winkel von 90° = 1 Objekt + 3 Bilder = Multiplikation mit 4!

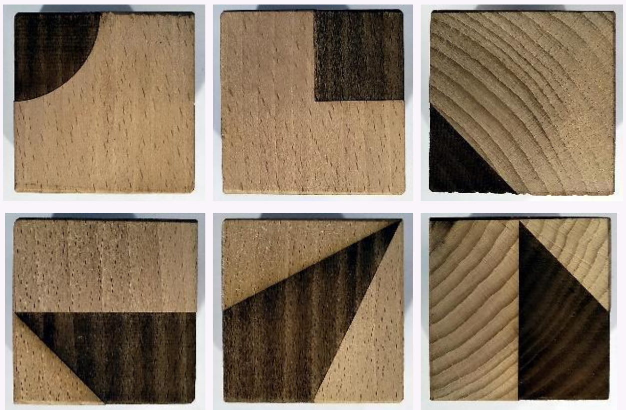
Es ist vielleicht nicht für alle leicht zu akzeptieren, dass das Abbild genauso wertvoll ist wie der Gegenstand. Wir setzen jedoch auf die Flexibilität der Phantasie der Kinder, damit die Regel voll anerkannt wird. Wir glauben, dass eine virtuelle Version des Moduls, bei der alle Objekte, die auf einem Bildschirm erscheinen – sowohl die, die man vorstellt, als auch die, die erscheinen – die gleiche Virtualität haben und so noch leichter zu akzeptieren ist und zumindest teilweise die gleiche Kompetenz erzeugt.

SMEM
Co-funded by the European Union

Zauberwürfel

Die ursprüngliche Idee stammt von einem Kinderspiel, bei dem es darum geht, die Gesichter auf den Karten nachzubilden. Ausgehend davon entwickelten wir die Idee, dasselbe zu tun, aber mit geometrischen Formen, indem wir die Symmetrie der Formen und der Würfel ausnutzen. Also haben wir vier Holzwürfel angefertigt, auf denen auf jeder Seite einige Formen schwarz markiert sind. Alle Würfel sind gleich groß und haben die gleichen sechs Seiten.

Sie können mit Origami oder aus Pappe hergestellt werden. Die Seiten der so gebauten Würfel können dann anschließend bemalt werden. Natürlich können auch andere Zeichnungen auf jede Seite gezeichnet werden, um neue Formen zu schaffen, aber diese wurden ausgewählt, weil sie leicht zu verstehen sind und sich gut für pädagogische Aktivitäten eignen.



Wenn man diese Würfel in den Händen hält, muss man natürlich erst einmal spielerisch erkunden, welche Formen man mit ihnen bilden kann: einen Kreis, zwei verschiedene Dreiecke, zwei verschiedene Quadrate, einen vierzackigen Stern, eine Eistüte usw. Die Kinder müssen die Würfel drehen und mit ihrer Symmetrie spielen, um diese Formen zu bilden, und bald werden sie entdecken, dass es nur zwei asymmetrische Flächen gibt, die paarweise verwendet werden müssen, um eine globale symmetrische Form zu bilden. Nach dieser ersten Erkundung können einige angeleitete Aktivitäten vorgeschlagen werden:

- Erstelle alle möglichen polygonalen Formen mit 3 oder 4 Seiten.
- Erstelle alle möglichen symmetrischen Formen (es gibt ????, wenn man die rotationssymmetrischen Formen mitzählt)
- Klassifiziere einige dieser Formen nach der Fläche (ohne sie zu berechnen!)

Sobald du den ersten Schritt der Erkundung und des Spiels durchlaufen hast, kannst du verschiedene Aktivitäten für das Klassenzimmer vorschlagen und die Kinder mit geeigneten Fragen anleiten, damit die Antworten entwickeln können:

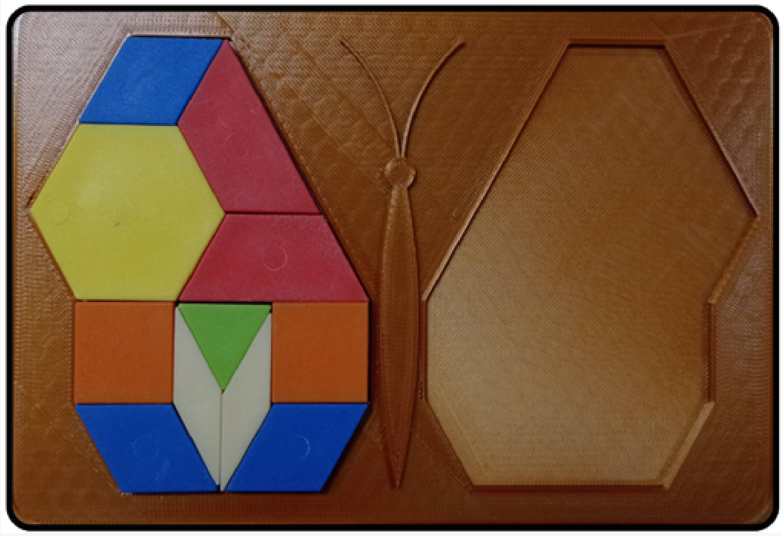
- Wie groß ist die Fläche der gebildeten Figur? Wie berechnet man sie?
- Wie groß ist der Umfang der Figur und wie berechnet man ihn?
- Vergleiche den Umfang und die Fläche von proportionalen Figuren.
- Erstelle neue Figuren und berechne deren Fläche und Umfang.

Hier kann man die inhärenten Eigenschaften der Figuren studieren und die Symmetrie nutzen, um Flächen und Umfänge zu berechnen (ohne die Notwendigkeit, Formeln zu verwenden). Dies fördert die Problemlösungskompetenz der Kinder. Als zusätzliche Aktivität können die Kinder aufgefordert werden, ihre eigenen Würfel zu erfinden, die Formen der einzelnen Seiten zu zeichnen und ihr eigenes Würfelset zu entwerfen, indem sie Origami oder 3D-Druck verwenden.

Co-funded by the European Union

Schmetterlingsflügel

Wie bei anderen Stationen geht es auch hier darum, Kreativität und Problemlösung zu verbinden.

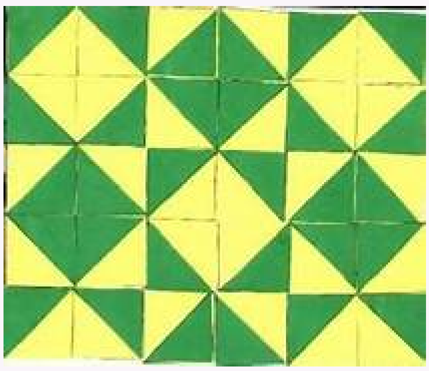


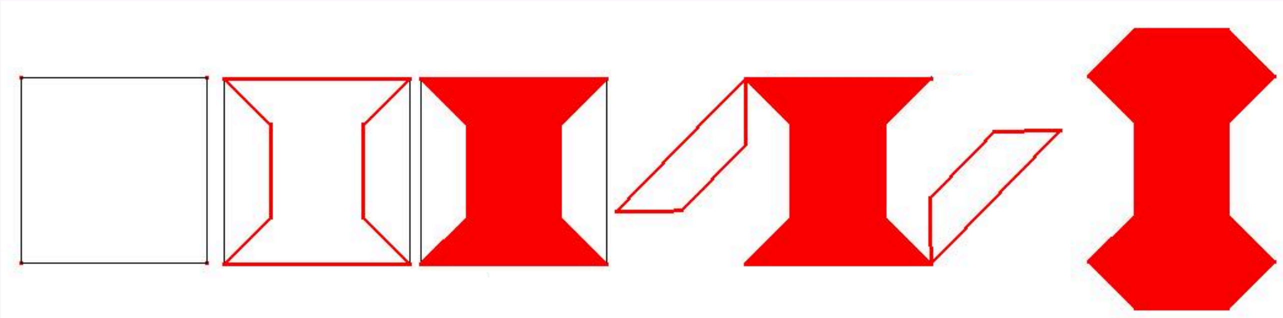
Der erste Schritt besteht darin, in der Silhouette eines Schmetterlingsflügels die Zusammensetzung der elementaren Formen, die auf dem anderen Flügel gelegt wurden (mit Pattern Blocks), zu reproduzieren. Es geht darum, die Teile (Dreiecke, Quadrate, Rauten, Trapeze und Sechsecke) zu erkennen und sie symmetrisch in der leeren Form anzuordnen. Die Aufgabe ist nicht gleich offensichtlich zu lösen, vor allem für jüngere Kinder.

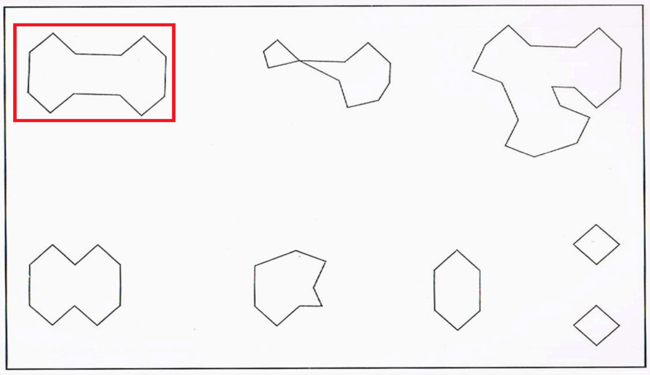
Der zweite Teil der Aufgabe besteht darin, die beiden Flügel in den vorbereiteten Formen zusammenzusetzen. Es können die unbedingt notwendigen Teile bereitgestellt werden, die den Bau von symmetrischen Flügeln anregen, aber nicht erzwingen. Man kann aber auch mehr Teile zur Verfügung stellen und einen größeren Freiheitsgrad bei der Gestaltung der Flügel lassen. Das Interessante an dieser Aktivität ist, dass sie leicht angepasst und auch so ausgerichtet werden kann, dass jeder Schüler die Flügel seines Schmetterlings zeichnet.

Beispiele für Aktivitäten mit demselben Material

In diesem Kapitel werden wir einige Beispiele für zusätzliche Aktivitäten vorstellen, die mit demselben Unterrichtsmaterial durchgeführt werden können. Einige Mosaike sind einfach zu bauen, zum Beispiel die klassische zweifarbige Kachel, deren verschiedene Kombinationen mit Hilfe eines Spiegels zu interessanten Ergebnissen führen können oder sehr ästhetisch wirken, wenn sie zwischen zwei parallelen Spiegeln gelegt werden. Das chinesische Tangram ermöglicht auch Erkundungen im Bereich der Symmetrie. Oder die Konstruktion eines geometrischen Rasters ist interessant, eine Prämisse für andere Variationen des Themas, ausgehend von regelmäßigen oder halbregelmäßigen Figuren, die die Ebene tesselieren.

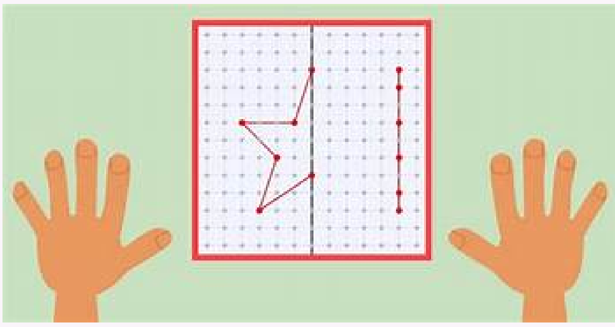






Ausgehend von einem zentralen Symmetrieelement und unter Verwendung eines Spiegels kann diese einfache, aber interessante Aktivität (von Rafael Pérez) angeboten werden, die das Erzeugen und Erkennen von Symmetrien verbindet.

Mit dem Geoboard sind auch viele Aktivitäten zur Konstruktion von geometrischen Figuren möglich.



Fazit

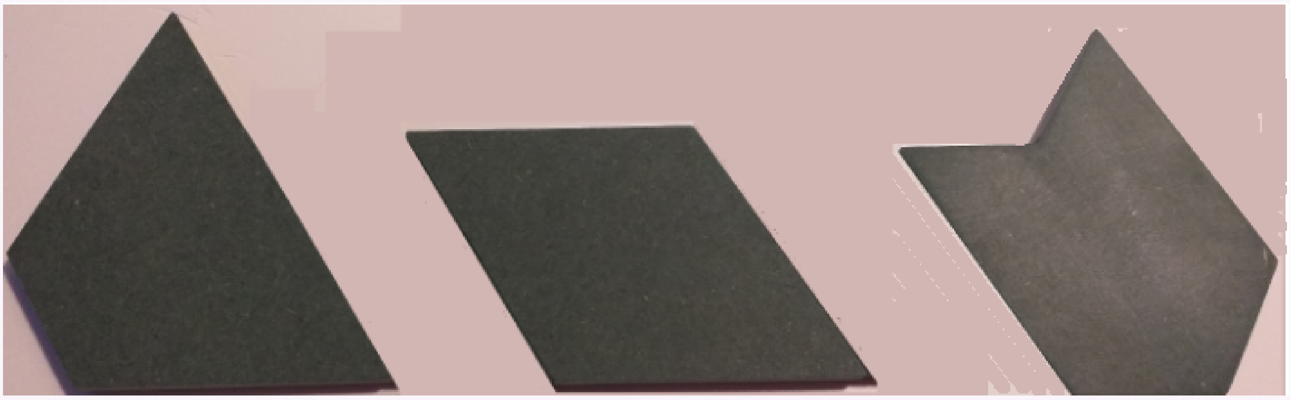
Wir glauben, dass symmetriebezogene Aktivitäten ein gutes Beispiel dafür sind, die Hypothese zu testen, dass es keine kleine Mathematik oder kleine Mathematiker*innen gibt. Das heißt, dass gute Aktivitäten, die für Jüngere konzipiert sind, die grundlegenden Elemente des mathematischen Denkens enthalten und so betont werden können, dass sie auch für Nutzer*innen mit höherem Alter und größeren Fähigkeiten von Bedeutung sind.

Es handelt sich um eine Diskussion, die vor einigen Jahren bei einer Ausgabe der Matrix-Konferenz begann und an der viele Partner des SMEM-Projekts beteiligt waren. Dies ermöglichte es uns, weitere Ideen und Erfahrungen zu gewinnen. Dieser Kontext erweitert unseren Reichtum an Bildungsangeboten, die in den kommenden Monaten an die Lehrkräfte im Einzugsgebiet der einzelnen Partner gerichtet werden.

Wir sind der Meinung, dass die folgende Erfahrung all diese Elemente aufweist: gezielter und motivierender Kontext und Sprachstil, analoger und analytischer Ansatz, verschiedene Schwierigkeitsgrade, Einsatz von Strategien, Anregung zur Kreativität und zum Erwerb verschiedener Fähigkeiten.

SMEM
Co-funded by the European Union

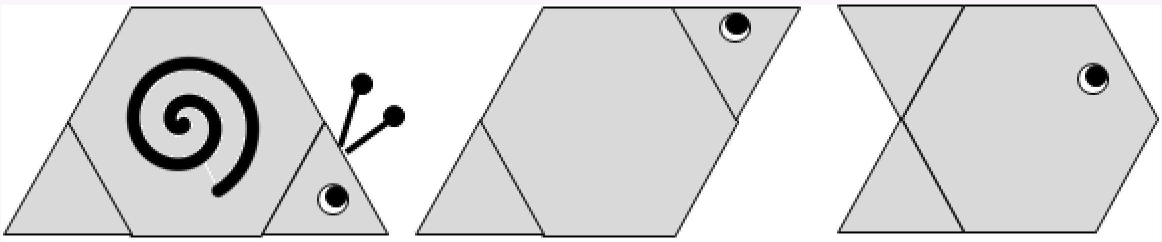
Die Berührung mit diesem Material war zufällig, aber es zeigte sich bald, dass es an eine doppelte Zielgruppe angepasst werden kann: Kinder im Alter von 3 bis 8 Jahren und ihre Lehrkräfte. Der ursprüngliche Impuls war das Symmetriepuzzle „Baikonur" von Alexander Magyarics. Dort besteht die Aufgabe darin, drei Teile zu einer einzigen Form zusammenzufügen, die eine Symmetrieachse aufweist.



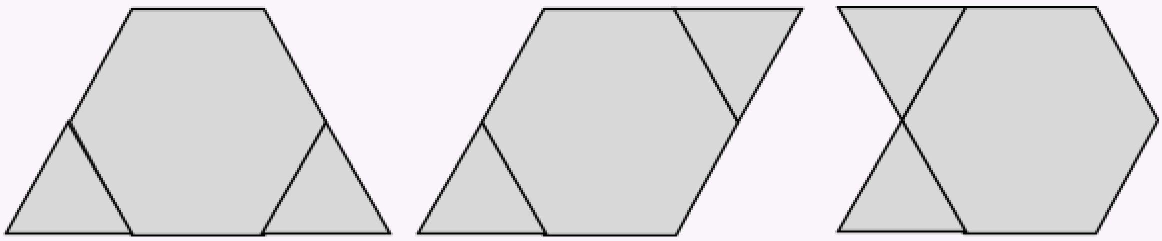
Natürlich ist die Herausforderung für Kinder in diesem Alter zu schwierig. Die Formen sind aber anregend und es ist möglich, mit einfacheren Aufgaben zu beginnen.

Emys neues symmetrisches Abenteuer (mit Aufgaben)

Emy möchte ihre Freundin Heidi, den Wal, besuchen. Ihre anderen Freundinnen und Freunde sind bereit, ihr zu helfen – das sind Sam die Schnecke, Maria das Murmeltier und François der Fisch.



Aufgabe 1: Finde die Symmetrieachse jeder Figur. (Ein Spiegel könnte hier hilfreich sein)



Die drei Tiere bilden drei Paare, die an verschiedenen Tagen zusammenarbeiten, um einen Weg zu finden, wie Emi zu Heidi im Meer reisen kann.

Sam und Maria entwerfen ein Boot, aber es ist zu wackelig.

Sam und François entwerfen ein Kanu, aber es ist zu klein.

Maria und François schlagen eine Rakete vor, aber sie ist zu laut.

Co-funded by the European Union

Aufgabe 2: Nimm drei einzelne Teile, verbinde sie paarweise (jeweils zwei) und untersuche die resultierende Form auf Achsensymmetrie. Sie müssen immer mindestens eine Seite (oder einen Teil von ihr) gemeinsam haben.

Die Tiere beschließen zu dritt zusammen zu arbeiten. Sie wollen ein Segelboot bauen, mit dem sie Heidi im Meer erreichen können. Aber auch wenn François, der Fisch, die Geheimnisse der flüssigen Umgebung kennt, sind die Freunde keine geschickten Bootsbauer. Das Segelboot hat ein Leck! Das Loch ist zwar nicht am Boden des Rumpfes, aber die Tiere wissen dennoch, dass das Boot mit den Wellen Wasser aufnehmen und sinken wird.

Aufgabe 3.1: Baue aus den drei Formen die Silhouette eines Segelbootes, symmetrisch und regelkonform.

Die Freunde sind sich ihrer mangelnden Fähigkeiten im Schiffsbau bewusst und beschließen, ein einfacheres Boot zu bauen.

„Wie wäre es, wenn wir ein Kanu bauen?", schlägt Sam vor.

„Ja, aber größer als das, das François und du entworfen haben", antwortet Maria.

Also bauten sie das.

Aufgabe 3.2: Kombiniere die drei Formen und baue die Silhouette eines Kanus, symmetrisch und unter Einhaltung der Regeln.

Und sie waren schon soweit, es Emy zu zeigen.

Hey, aber... wo ist Emy?

Aufgabe 3.3: Kombiniere die drei Formen und baue die Silhouette von Emy, symmetrisch und in Übereinstimmung mit den Regeln, ganz wie das Symbol des SMEM-Projekts (nur mit einem leeren Dreieck darin).

Und so konnte Emy über das Meer reisen, um Heidi zu finden.

Co-funded by the European Union

Passende Formen

Definition des Begriffs „Passende Formen”

Das Zusammensetzen von Formen im Kindergarten ist eine lustige und lehrreiche Aktivität, die es kleinen Kindern ermöglicht, ihr Verständnis für Formen, grundlegende Geometrie und Problemlösungsfähigkeiten zu entwickeln. Hier sind einige Ideen für Aktivitäten zum Zusammensetzen geometrischer Formen für Kinder ab 3 Jahren:

- Formenpuzzles: Stelle einfache Puzzles mit Teilen verschiedener geometrischer Formen bereit. Die Kinder müssen die Teile so zusammensetzen, dass sie ein Bild oder eine vollständige Form ergeben.

Le Kéor © Fermat Science

- Bauen mit Bauklötzen: Verwende Bauklötze mit verschiedenen Formen (Quadrate, Dreiecke, Kreise usw.) und ermutige die Kinder, Strukturen aus diesen Formen zu schaffen.

Fractionary © Fermat Science

- Collagen aus Formen: Gib den Kindern Papierstücke in verschiedenen Formen (Kreise, Quadrate, Rechtecke, Dreiecke) und verschiedenen Farben. Sie können Bilder oder Muster erstellen, indem sie diese Formen auf ein Blatt Papier kleben.
- Tangram-Spiele: Tangrams sind Puzzles, die aus sieben verschiedenen geometrischen Formen bestehen. Die Kinder können sie unterschiedlich anordnen, um verschiedene Figuren zu bilden und ihr Verständnis für Formen zu entwickeln.

Tangram © OpenClipart

- Charaktere erstellen: Ermutige die Kinder, Figuren mit geometrischen Formen für den Körper, die Augen, die Nase usw. zu entwerfen. Sie können Geschichten erfinden, in denen ihre Kreationen vorkommen.
- Formenjagd: Bitte die Kinder, bei einem Spaziergang im Freien Objekte mit bestimmten Formen zu suchen, z. B. Kreise (Autoreifen), Rechtecke (Hausfenster) usw.

Matermaths © Fermat Science

- Formen in der Natur: Erkunde mit den Kindern die Natur und suche nach Beispielen für geometrische Formen in ihrer Umgebung, wie z. B. dreieckige Blätter oder runde Felsen.

Diese Aktivitäten ermöglichen es den Kindern, Spaß zu haben und gleichzeitig ihr Verständnis für Formen und Geometrie zu entwickeln, was eine Grundlage für ihre künftige mathematische Bildung schafft.

SMEM Co-funded by the European Union

Verbindung zum Lehrplan

Das Konzept der „Passenden Formen" spielt im Lehrplan für den allerersten Mathematikunterricht eine grundlegende Rolle. Dieser Zeitraum, der Kinder im Alter von 3 bis 6 Jahren betrifft, ist eine entscheidende Phase der kognitiven Entwicklung und der Vorbereitung auf das formalere mathematische Lernen. Das Erforschen und Handhaben geometrischer Formen in den ersten Jahren ist wichtig, um den Grundstein für mathematisches Verständnis zu legen.

Zunächst werden die Kinder ermutigt, verschiedene geometrische Formen konkret zu erforschen und zu benutzen. Sie lernen, diese Formen in ihrer alltäglichen Umgebung zu erkennen, sei es durch Spielzeug, Gegenstände oder sogar architektonische Elemente. In diesem ersten Schritt werden die jungen Lernenden mit Grundformen wie Kreisen, Quadraten, Dreiecken und Rechtecken vertraut gemacht.

Anschließend lernen sie, diese Formen zu benennen, was ihren mathematischen Wortschatz erweitert. Sie lernen auch die Eigenschaften von Formen zu unterscheiden, z. B. gleiche Seiten in einem Quadrat oder rechte Winkel in einem Rechteck zu erkennen. Dies ist ein wichtiger Schritt bei der Entwicklung der Fähigkeit, Formen genau zu beschreiben und zu kommunizieren.

Das Bauen von geometrischen Formen ist eine wichtige pädagogische Aktivität. Die Kinder beginnen, aus diesen Grundformen Anordnungen zu schaffen, was ihr räumliches Denken und ihre Kreativität fördert. Es bereitet sie auch auf das spätere Verständnis fortgeschrittener Konzepte wie Symmetrie, Anordnung vor sowie auf die Einführung von dreidimensionalen Körpern.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Konzept der „Passenden Formen" im Lehrplan für den allerstern Mathematikunterricht ein entscheidender Schritt ist, um eine solide Grundlage in der Geometrie zu schaffen und die Kinder auf fortgeschrittenere mathematische Konzepte vorzubereiten, wenn sie auf ihrem Bildungsweg voranschreiten. Es fördert die Entwicklung der mathematischen Sprache, des räumlichen Denkens und der Kreativität und bietet jungen Lernenden eine positive erste Erfahrung mit der Mathematik.

Zu Beginn des nächsten Lernabschnitts (6. bis 8. Lebensjahr) erweitern die Kinder ihre mathematischen Kenntnisse, indem sie die bereits erworbenen soliden Grundlagen konsolidieren. Diese Anfangsphase des zweiten Abschnitts ist durch eine tiefere Erkundung der geometrischen Formen gekennzeichnet. Die Schülerinnen und Schüler sind nun mit Quadraten, Rechtecken und Dreiecken besser vertraut und können weiter gehen. Sie beginnen, komplexere Figuren aus diesen elementaren Formen als Teile eines mathematischen Puzzles zusammenzusetzen.

Mit der Einführung von dreidimensionalen Formen, den so genannten geometrischen Körpern, eröffnet sich eine neue Dimension. Die Kinder lernen, Würfel, Zylinder, Prismen und andere Körper zu bilden, um faszinierende dreidimensionale Strukturen zu schaffen. Dies hilft ihnen nicht nur, die Körper selbst zu verstehen, sondern auch ihre räumlichen Fähigkeiten zu entwickeln, indem sie sich vorstellen, wie diese Formen zusammenpassen, um komplexere Objekte zu schaffen.

Der Zusammenbau geometrischer Figuren geht über die einfache Verwendung von Teilen hinaus. Er dient auch als Lernfeld für Symmetrie und Anordnung – wesentliche geometrische Konzepte. Die Kinder erforschen und identifizieren fortlaufend geometrische Beziehungen und stärken so ihr Verständnis von Symmetrie und Ausrichtung in konkreten Kontexten.

Schließlich ist das Erstellen geometrischer Figuren auf natürliche Weise mit anderen mathematischen Fähigkeiten verknüpft. Die Kinder beginnen, die Konzepte von Umfang und Fläche zu verstehen, wenn sie mit flachen Figuren arbeiten, was ihr Gesamtverständnis von Mathematik und ihre Fähigkeit, Probleme ganzheitlich zu lösen, verbessert.

SMEM
Co-funded by the European Union

Exponate des SMEM-Projekts zu diesem Konzept

Der Einsatz von mathematischen Ausstellungsmodulen, die die „passenden Formen” erforschen, ist eine spannende Möglichkeit, die Neugier der Lernenden zu wecken und in die faszinierende Welt der Mathematik einzutauchen. Diese Exponate zielen darauf ab, die Kinder bereits in den ersten Jahren ihres Bildungsweges in eine Reihe von Schlüsselkonzepten und -fähigkeiten im Zusammenhang mit Geometrie und räumlichem Denken einzuführen.

Hier ist eine Liste von 11 Modulen, die du im Open-Source-Projekt SMEM finden kannst:

Modul 1: Das Waldpuzzle
Modul 2: Der Kirschkuchen
Modul 3: 9 Füchse
Modul 4: Der Biberdamm
Modul 5: Würfel bauen
Modul 6: Der Zauberwürfel
Modul 7: Die Häuser der Tiere
Modul 8: Brücken bauen
Modul 9: Bunte Flügel
Modul 10: Schmetterlingsflügel
Modul 11: Glückliche Nachbarn

Mögliche Verbindungen zwischen den Exponaten

Beispiel 1: Verfielfältigung von Formen

Wir schlagen vor, eine interessante pädagogische Sequenz zum Thema „Formvervielfältigung” zu gestalten, indem wir einige dieser Exponate kombinieren. Dazu werden wir uns auf drei Exponate stützen: „Der Zauberwürfel”, „Schmetterlingsflügel” und „Bunte Flügel”. Diese Stationen bieten eine interessante Perspektive auf den Prozess der Vervielfältigung von Formen. Während dieser Einheit haben die Kinder die Möglichkeit, die Konzepte der Symmetrie, der Muster und der Wiederholung zu erkunden und gleichzeitig ihre Beobachtungsgabe und Kreativität zu entwickeln. Indem wir sie ermutigen, ihre eigenen Werke zu schaffen, die von diesen Exponaten inspiriert sind, fördern wir den individuellen Ausdruck und erforschen gleichzeitig grundlegende Konzepte im Zusammenhang mit der Reproduktion von Formen.

Beispiel 2: Bauen und räumliches Vorstellungsvermögen

Entwerfen wir nun eine pädagogische Einheit, die sich auf das Thema „Bauen und räumliches Vorstellungsvermögen” konzentriert. Dabei können wir auf die folgenden Ausstellungsmodule zurückgreifen: „Der Biberdamm”, „Würfel bauen”, „Die Häuser der Tiere” und „Brücken Bauen”. Diese Exponate bieten einen mehrdimensionalen Ansatz zur Erforschung dieser Themen. Während dieser Einheit haben die Kinder die Möglichkeit, Problemlösungsfähigkeiten, Geometriekenntnisse, räumliches Verständnis und Zusammenarbeit zu entwickeln.

Beispiel 3: Mathematische Logik

Dieses Projekt bietet die großartige Gelegenheit, eine anregende pädagogische Einheit zum Thema „Mathematische Logik” zu entwerfen und dabei originelle Exponate wie „Das Waldpuzzle”, „9 Füchse” und „Glückliche Nachbarn” zu verwenden. Diese Exponate bieten reichhaltige Perspektiven für die Erforschung der mathematischen Logik in verschiedenen Formen. Während

Co-funded by the European Union

dieser Einheit haben die Kinder die Möglichkeit, ihr logisches Denken, ihre Problemlösungskompetenz und ihre mathematischen Fähigkeiten zu entwickeln und dabei Spaß zu haben. Durch das Lösen von mathematischen Rätseln mit „Glückliche Nachbarn", das Erforschen der Geheimnisse der „9 Füchse" und das Lösen des „Waldpuzzles" können die Kinder komplexe mathematische Konzepte auf eine konkrete Weise anwenden.

Beispiel 4: Zusammensetzung von Zahlen

Schließlich haben wir die Möglichkeit, eine anregende pädagogische Einheit zum Thema Zahlenkomposition mit Hilfe des Exponats „Der Kirschkuchen" zu gestalten. Dieses Exponat bietet einen visuellen und spielerischen Ansatz, um die Zahlenkomposition eingehend zu untersuchen.

Beispiele für Aktivitäten mit demselben Material

In diesem Kapitel werden wir einige Beispiele für zusätzliche Aktivitäten untersuchen, die mit demselben Unterrichtsmaterial, nämlich geometrischen Formen, durchgeführt werden können. Diese Aktivitäten bieten eine Vielzahl von Möglichkeiten, das Verständnis mathematischer Konzepte zu vertiefen und gleichzeitig das Engagement der Kinder zu fördern.

Sudoku aus geometrischen Formen

Ein Sudoku aus geometrischen Formen ist eine kreative und anspruchsvolle Version des traditionellen Sudoku. Anstelle von Zahlen verwenden die Kinder geometrische Formen, um das Gitter zu vervollständigen. Ziel ist es, jede Form so in das Gitter zu setzen, dass sich keine Form in derselben Zeile, Spalte oder im selben Block wiederholt. Diese Aktivität fördert das Problemlösungsvermögen, die Logik und das Verständnis für Formen. Die Kinder müssen die räumlichen Beziehungen zwischen den Formen analysieren, um erfolgreich zu sein.

Tangram: Erforschung der Formen

Tangram ist ein Set aus sieben geometrischen Formen, die zu einer großen Vielfalt von Figuren zusammengesetzt werden können. Die Kinder können die Eigenschaften der Teile erforschen, sie vergleichen und kombinieren, um komplexe Formen zu schaffen. Dies fördert das Verständnis von Formen, geometrischen Transformationen und Symmetriekonzepten. Es entwickelt auch ihr räumliches Denken, indem sich die Kinder vorstellen, wie die Teile zusammenpassen, um verschiedene Figuren zu bilden.

Parkettierung: Wiederholung von Mustern

Bei dieser Aktivität werden geometrische Formen verwendet, um sich wiederholende Muster auf einer ebenen Fläche zu schaffen. Die Kinder können erforschen, wie die Formen zusammenpassen, um eine Fläche zu bedecken, ohne Lücken oder Überlappungen zu hinterlassen. Dies stärkt ihr Verständnis von Mustern, Übergängen und Kachelungs-Konzepten. Sie können künstlerische Muster oder komplexe mathematische Parkettierungen erstellen.

SMEM
Co-funded by the European Union

Friese: Sich wiederholende Muster schaffen

Ein Fries ist eine Abfolge von sich wiederholenden Mustern, die zur Dekoration von Umrandungen oder Flächen verwendet werden können. Die Kinder können geometrische Formen verwenden, um Friese zu gestalten, indem sie ein Muster oder eine Folge von Mustern wiederholen. Diese Aktivität fördert die Kreativität und das Verständnis für sich wiederholende Muster. Sie können auch Symmetriekonzepte bei der Gestaltung ihrer Friese erforschen.

Freies Bauen

Wenn man den Kindern die Möglichkeit gibt, frei mit geometrischen Formen zu konstruieren, ist das eine hervorragende Möglichkeit, ihre Kreativität zu fördern und ihr Verständnis für geometrische Konzepte zu vertiefen. Sie können Muster, Skulpturen, Gebäude und vieles mehr erschaffen. Diese Aktivität fördert das räumliche Denken, das Lösen von Problemen und die Entdeckung geometrischer Eigenschaften durch praktische Erfahrungen. Die Kinder können auch zusammenarbeiten, um größere und komplexere Strukturen zu bauen, und so ihre Kommunikations- und Teamworkfähigkeiten stärken.

Diese Beispiele für zusätzliche Aktivitäten veranschaulichen die Vielseitigkeit des auf geometrischen Formen basierenden Unterrichtsmaterials. Durch die Einbeziehung dieser Aktivitäten in den Unterricht kann man den Kindern eine Reihe anregender Lernerfahrungen bieten, die ihr Verständnis mathematischer Konzepte stärken und gleichzeitig Kreativität und kritisches Denken fördern. Die Verwendung von konkretem Material wie geometrischen Formen ermöglicht es den Kindern, Mathematik auf praktische und ansprechende Weise zu erforschen, was ihre Begeisterung für das Lernen von Mathematik steigert.

Freies Bauen © Fermat Science

Co-funded by the European Union

Fazit

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass der Einsatz von „Passenden Formen" im Kindergarten ein wertvoller pädagogischer Ansatz für die Entwicklung von Kleinkindern ist. Dieses Thema bietet viele anregende Aktivitäten, die das Verständnis für Formen, das räumliche Denken, die Kreativität, das Lösen von Problemen und die Vorbereitung auf fortgeschrittenere mathematische Konzepte fördern.

Die in diesem Kapitel vorgestellten Beispiele für Aktivitäten zeigen den Reichtum und die Vielfalt der Lernerfahrungen, die den Kindern mit ein und demselben Unterrichtsmaterial, zum Beipsiel geometrischen Formen, geboten werden können. Die Einbindung dieses Themas in den Bildungsplan passt sehr gut zu den pädagogischen Zielen der Entwicklung mathematischer Fähigkeiten in den ersten Jahren der formalen Bildung.

Die im Rahmen des Open-Source-Projekts SMEM angebotenen Exponate bieten eine solide Grundlage für die Erstellung kohärenter und bereichernder pädagogischer Einheiten. Diese Exponate fördern die Erkundung, Entdeckung und praktische Anwendung mathematischer Konzepte und regen gleichzeitig die Neugier der Kinder an. Die möglichen Verbindungen zwischen den Stationen öffnen die Tür zu einem interdisziplinären Lernansatz, bei dem die Kinder mathematische Konzepte erforschen und gleichzeitig Fähigkeiten in anderen Bereichen wie Problemlösung, kritisches Denken, Kommunikation und Kreativität entwickeln können. Zusätzliche ergänzende Aktivitäten wie das Sudoku aus geometrischen Formen, das Tangram, die Parkettierung, die Friese oder das freie Bauen bieten noch reichere Lernmöglichkeiten.

Zu guter Letzt ist das Finden „Passender Formen" im Kindergarten nicht nur eine unterhaltsame Aktivität. Sie ist eine solide Grundlage für die Vorbereitung der Kinder auf ihren mathematischen Weg. Sie fördert den Aufbau von mathematischem Wissen und weckt bei jungen Lernenden die Leidenschaft für Mathematik. Dieses Thema trägt dazu bei, ein anregendes und erfüllendes Bildungsumfeld zu schaffen, in dem die Kinder ihr Verständnis für die Welt um sie herum durch die Brille der Mathematik entwickeln können. Indem wir diesen innovativen pädagogischen Ansatz verfolgen, tragen wir dazu bei, eine neue Generation leidenschaftlicher und kompetenter Mathematikbegeisterte heranzubilden, die bereit sind, sich den Herausforderungen von morgen zu stellen.

Co-funded by the European Union

Beobachten und Zählen

Mathematische Konzepte des Beobachtens und Zählens für junge Kinder

Mathematik ist eine Sprache, die uns umgibt, und zwar schon von Beginn unseres Lebens an. Diese Tatsache steht im direkten Gegensatz zu der weit verbreiteten Meinung, dass ein Mensch entweder mit einer mathematischen Begabung ausgestattet ist oder nicht. Mathematik ist eine wichtige Lebenskompetenz, die durch Lernen erworben und ausgebaut werden kann, was die Vorstellung widerlegt, dass man ein angeborenes Talent braucht, um in diesem Bereich hervorzustechen. Jeder Mensch hat das Potenzial, mathematische Konzepte zu begreifen und Fähigkeiten zu entwickeln, unabhängig von seiner ursprünglichen Begabung. Der Schlüssel liegt in maßgeschneiderten und personalisierten Lernansätzen, die den Unterricht auf die individuellen Interessen und den aktuellen Wissensstand abstimmen. Durch die Erkenntnis, dass Mathematik eine erlernbare Fähigkeit ist, schaffen wir einen guten Ausgangspunkt für Lernende, das Thema positiv anzugehen, und fördern eine nachhaltige Denkweise, die zur Entdeckung, Neugier und kontinuierlicher Verbesserung anregt. Dieser integrative Ansatz stellt sicher, dass Mathematik für jeden zugänglich ist und Spaß macht, und fördert die Idee, dass Mathematik nicht nur Begabung ist, sondern eine Fähigkeit, die durch Anstrengung, Übung und die richtige pädagogische Unterstützung entwickelt wird.

Bei Kindern im Alter von 3 bis 8 Jahren werden die Grundlagen des mathematischen Denkens durch Zählen und Beobachten gelegt. Zählen bietet einen greifbaren Einstieg in die Welt der Mathematik, indem es Kindern ermöglicht, Zahlen zu verstehen und zu handhaben. Durch das Zählen beginnen Kinder, numerische Muster zu erkennen, ein intuitives Gefühl für Mengen zu entwickeln und Konzepte wie Addition und Subtraktion zu verstehen. Darüber hinaus fördert das Zählen ihre Beobachtungsgabe, da sie Unterschiede und Ähnlichkeiten zwischen Objekten erkennen können. Auf diese Weise ebnet das Zählen den Weg für späteres komplexeres mathematisches Denken. Es vermittelt einen Sinn für Ordnung und Organisation, die zu den wichtigsten mathematischen Prinzipien gehören. Das Zählen gibt Kindern nicht nur ein praktisches Werkzeug für die Lösung alltäglicher Probleme an die Hand, sondern fördert auch ihre mathematische Neugier und ihr Selbstvertrauen und legt damit den Grundstein für ein lebenslanges Abenteuer der mathematischen Erkundung und Entdeckung.

Beim Beobachten geht es nicht nur um das Sehen, sondern auch um das Erkennen von Details, Mustern und Beziehungen. Diese Fähigkeit ist nicht nur für das mathematische Denken von grundlegender Bedeutung, sondern auch für die allgemeine kognitive Entwicklung eines Kindes, da sie seine Fähigkeit fördert, Muster, Beziehungen und Details in der Welt um es herum zu erkennen. Durch aufmerksame Beobachtung lernen Kinder, Formen, Größen, Farben und räumliche

Anordnungen zu erkennen, die allesamt grundlegende mathematische Konzepte darstellen. Durch die Beobachtung der natürlichen Welt, von Gegenständen und sogar alltäglichen Abläufen können sie außerdem Konzepte wie Symmetrie, Reihenfolge und Messung erfassen. Es ermutigt sie, Fragen zu stellen, Hypothesen aufzustellen und Schlussfolgerungen zu ziehen – ein wissenschaftspropädeutischer Prozess. Dieser Prozess der genauen Beobachtung weckt nicht nur die mathematische Neugier, sondern fördert auch das kritische Denken, das für das Lösen von Problemen und das mathematische Denken unerlässlich ist. Im Wesentlichen wird die Beobachtung zur Linse, durch die junge Lernende mathematische Konzepte wahrnehmen und sich mit ihnen auseinandersetzen, und dient als Fundament, auf dem ihr mathematisches Verständnis aufgebaut wird.

Bevor wir fortfahren, findest du hier einige Beispiele aus dem wirklichen Leben, die von Eltern und Lehrkräften genutzt werden können, um die Konzepte der Beobachtung und des Zählens mit Kindern zu üben.

Herstellung eines Armbands aus Holzperlen: Bastelarbeiten bieten hervorragende Möglichkeiten zum Zählen und zur Mustererkennung. Wenn Kinder ein Armband herstellen, kann man es darauf aufmerksam machen, Perlen in verschiedenen Farben und Größen auszuwählen. Beim Auffädeln der einzelnen Perlen auf die Schnur kann es das Zählen üben und durch das Anordnen der Perlen in einer bestimmten Reihenfolge Muster erschaffen.

Mathematischer Spaziergang durch die Natur: Mache einen Spaziergang in der Natur und erstelle eine Liste mit Dingen, die von den Kindern beobachtet und gezählt werden können. Zum Beispiel: „Finde drei verschiedene Arten von Blättern" oder „Zähle, wie viele Vögel du siehst." Diese Aktivität fördert die Beobachtungsgabe und das Zahlenverständnis.

Muscheln am Strand suchen: Mache mit Kindern einen Spaziergang am Strand, lasse sie zählen und beobachten. Wie viele verschiedene Arten von Muscheln können wir finden? Welche Muster oder Formen können wir entdecken? Das Zählen dieser Schätze kann einen Strandspaziergang in ein mathematisches Abenteuer verwandeln.

Zähle die Sterne: Beobachte mit Kindern den Sternenhimmel. Zähle die Sterne, die ihr sehen könnt, und ermutige die Kinder, Sternbilder zu erkennen. Diese Aktivität fördert sowohl die Zählfähigkeiten als auch die Fähigkeit, Muster am Nachthimmel zu erkennen.

Einkauf: Beziehe Kinder beim Einkaufen mit ein, indem du sie aufforderst, die in den Einkaufswagen gelegten Waren zu zählen. Zum Beispiel: „Legen wir drei Äpfel in den Wagen" oder „Wir brauchen sechs Eier". Durch diese einfache Tätigkeit wird das Zählen in einem realen Kontext verstärkt.

Gemeinsam kochen: Das Kochen bietet viele Möglichkeiten zum Zählen und Beobachten. Kinder können die Anzahl der für ein Rezept benötigten Zutaten zählen, zum Beispiel Tassen Mehl oder Teelöffel Zucker. Sie können auch beobachten, wie sich die Zutaten während des Kochvorgangs verändern.

Diese Beispiele zeigen, wie Beobachtung und Zählen gut in alltägliche Aktivitäten integriert werden können, um das

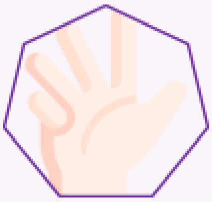
smem
Co-funded by the European Union

mathematische Verständnis eines Kindes zu fördern und gleichzeitig ein Gefühl des Staunens über die Welt um sie herum zu entwickeln. In den folgenden Abschnitten werden wir uns mit Aktivitäten und Workshops befassen, die vom SMEM-Projekt inspiriert wurden und die Mathematik zu einer spannenden und freudigen Erfahrung für Kinder machen sollen.

Einbindung mathematischer Konzepte des Beobachtens und Zählens in die frühkindliche Bildung

Ein guter Mathematikunterricht für junge Kinder bedeutet, dass die Lehrmethoden passend zu den Zielen des Lehrplans gestaltet sind. Das SMEM-Projekt bietet einen wertvollen Rahmen für die Integration von mathematischen Konzepten der Beobachtung und des Zählens in den Lehrplan für Kinder zwischen 3 und 8 Jahren.

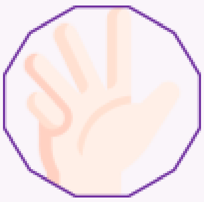
Im Kindergarten werden die Kinder durch spielerische und entdeckende Aktivitäten in die Welt der Mathematik eingeführt. Zählen und Beobachten sind in dieser Phase des Lernens von grundlegender Bedeutung.



Der Lehrplan für den Kindergarten umfasst in der Regel grundlegende Zählfertigkeiten. Die Kinder lernen von 1 bis 10 und darüber hinaus zu zählen. Das Zählen wird in die tägliche Routine integriert, z. B. das Zählen der Anzahl der anwesenden Kinder, das Zählen von Gegenständen beim Spielen oder das Zählen von Schritten bei einem Spaziergang in der Natur. Diese Aktivitäten entwickeln nicht nur das Zahlenbewusstsein, sondern fördern auch die Sprachkenntnisse.

Beim Beobachten im Kindergarten geht es darum, den Kindern zu helfen, Details in ihrer Umgebung wahrzunehmen. Dazu gehört das Erkennen von Formen in Alltagsgegenständen, das Erkennen von Mustern in ihrer Kleidung oder im Klassenzimmer oder das Beobachten, wie sich Objekte in Größe, Farbe oder Position verändern. Diese Beobachtungen legen den Grundstein für die Mustererkennung und das kritische Denken.

Mit dem Übergang in die Grundschule werden die mathematischen Konzepte strukturierter und umfassender. Das Zählen und die Beobachtungsgabe spielen weiterhin eine wichtige Rolle im Lehrplan.



Im Lehrplan der Grundschule entwickelt sich das Zählen zu komplexeren Aufgaben, einschließlich Addition und Subtraktion. Die Schüler zählen nicht nur Gegenstände, sondern lernen auch, Zahlen innerhalb bestimmter Bereiche zu addieren und zu subtrahieren. Das Zählen wird zu einem Hilfsmittel für die Lösung realer Probleme, wie z. B. das Berechnen der Gesamtkosten von Artikeln in einem Geschäft oder das gleichmäßige Aufteilen von Gegenständen unter den Klassenkameraden.

Die Beobachtungsgabe in der Grundschule geht über das Erkennen von Mustern in Objekten hinaus. Die Schülerinnen und Schüler werden ermutigt, Daten, Diagramme und Schaubilder zu lesen und zu interpretieren. Sie lernen, Informationen kritisch zu analysieren, Vorhersagen zu treffen und Schlussfolgerungen zu ziehen. Diese Form der Beobachtung ist entscheidend für das Verständnis von Konzepten wie Datendarstellung und Statistik.

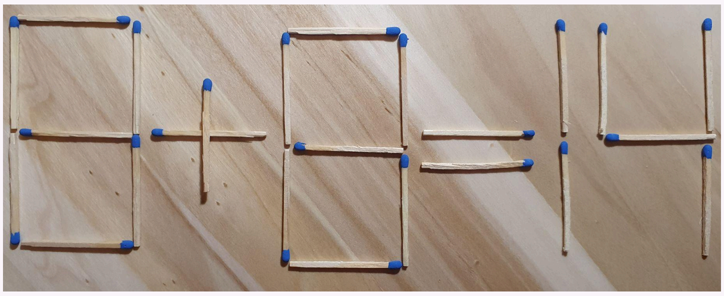
Co-funded by the European Union

Exponate aus dem SMEM-Projekt zum Thema Zählen und Beobachten

Das Zahlenspiel

Beim Exponat „Das Zahlenspiel" ist die Idee, dass die Plättchen mit den unterschiedlichen Waldbildern den Zahlen 1-10 auf dem Spielbrett von den Kindern zugeordnet werden.

Eine andere Aktivität, die zur Verbesserung der Rechenfertigkeiten durchgeführt werden kann, ist das Lösen von Streichholzrätseln mit Zahlen mit bestimmten Einschränkungen, z. B. nur 1 oder 2 Streichhölzer zu verschieben oder zu entfernen, um die Gleichung oder die Summe zu bilden. Im folgenden Beispiel kannst du die Einschränkung hinzufügen, dass du 1 Streichholz entfernen und verschieben musst, um die Summe richtig zu bilden.



Eine weitere Aktivität zum Üben der Addition oder Multiplikation könnte das Spiel „Finde die Summe, die die Zahlen bilden" sein. Es gibt zwei Möglichkeiten, dies zu tun: Entweder man sagt den Kindern die Summe und gibt ihnen die Möglichkeit zu wählen, wie viele verschiedene Zahlen mit Hilfe der Addition die Summe bilden können, oder man gibt die Merkmale der Zahl anhand von Ja- oder Nein-Fragen an.

Solche Fragen könnten sein:
- Ist die Zahl höher als 20?
- Ist die Zahl gerade oder ungerade?
- Kann die Zahl durch 2 oder 3 geteilt werden? (Diese Frage kann für ältere Kinder verwendet werden).

Nachdem sie die Zahl gefunden haben, kannst du zurückgehen und nach möglichen Zahlenkombinationen fragen.

Die Schlange II

„Die Schlange II" wird mit 2 Lernenden gespielt, wobei sie würfeln und ihre Spielsteine entsprechend dem Würfelwert bewegen müssen. Eine andere Möglichkeit, die Aktivität für 6- bis 7-Jährige zu spielen, besteht darin, zwei Würfel in zwei verschiedenen Farben (z. B. rot und blau) zu verwenden, wobei rot vorwärts und blau rückwärts geht. Auf diese Weise können die Lernenden die Subtraktion üben.

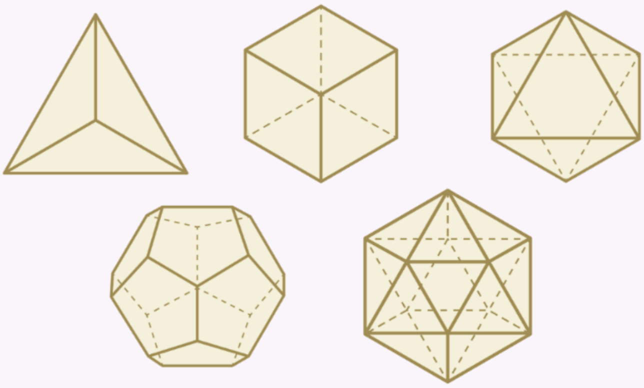
Zähle die Seiten

Bei „Zähle die Seiten" werfen die Kinder einen Würfel und müssen die Form finden, die die gleiche Anzahl an Seiten hat wie vom Würfel angezeigt wird. Eine Möglichkeit, diese Aktivität für jüngere Kinder zu erweitern, um sowohl das Zählen als auch die Geometrie zu trainieren, besteht darin, die sie aufzufordern, ein Dreieck zu bilden, indem sie ihre Arme ausstrecken. Sobald das Dreieck

Co-funded by the European Union

geformt ist, mache ein Foto und bitte die Kinder zu zählen, wie viele Arme benötigt werden. Noch einen Schritt weiter kannst du gehen, wenn du ein Tetraeder betrachtest und die Kinder aufforderst, zu zählen, wie viele Arme noch benötigt werden, um aus dem Dreieck ein Tetraeder zu machen.

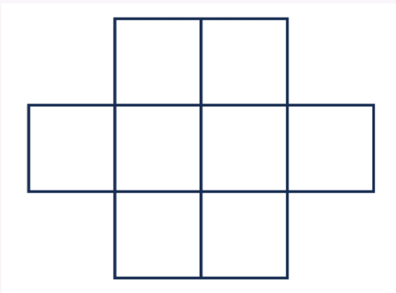
Bei älteren Kindern kann die Aufgabe erweitert werden, indem man sie bittet, die Kanten und Ecken zu zählen und zu beobachten, welche Bedingungen erfüllt sein müssen, damit eine Form Ecken oder Kanten hat. Du kannst die Kinder auch bitten, die platonischen Körper mit Magnetstäben nachzubilden, um die geometrischen Formen zu veranschaulichen.



Glückliche Nachbarn

Dieses Exponat kann verwendet werden, indem die Regeln für das bestehende Spielbrett geändert werden oder indem das Spielbrett verändert wird. Die erste Möglichkeit ist die Einführung von Spielsteinen mit Zahlen von 1 bis 9 anstelle von Farben, aber mit einer ähnlichen Regel: aufeinanderfolgende Zahlen dürfen nicht benachbart sein. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, die Spielsteine unter Beachtung dieser Regel zu platzieren?

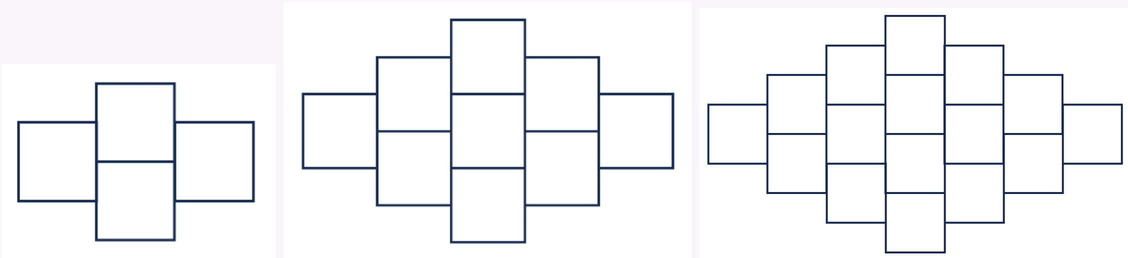
Die Spielbretter könnten so verändert werden, dass die Aufgaben nach und nach schwieriger zu lösen sind. Die erste Möglichkeit ist ein Spielbrett mit nur acht Feldern, das wie folgt angeordnet ist:



Die Regel ist, die Spielsteine mit den Zahlen von 1 bis 8 so zu platzieren, dass aufeinanderfolgende Zahlen weder Kanten noch Ecken teilen. Für die jüngeren Kinder haben die Spielsteine anstelle von Zahlen drei verschiedene Farben, mit drei verschiedenen Optionen für die Regeln: gleiche Farben teilen keine Kante, keine Ecken, oder 4-Farben-Theorem – sie dürfen keine Kante, aber sie können sich eine Ecke teilen. Wie viele Farben sind in diesem Fall notwendig? Wenn die Regel strenger ist, dass dieselben Farben weder eine Kante noch eine Ecke gemeinsam haben dürfen, bräuchten wir vier Farben, aber mit der Regel, dass sie eine Ecke gemeinsam haben dürfen, sind drei Farben ausreichend.

SMEM Co-funded by the European Union

In der dritten Version geht es darum, herauszufinden, wie man dieses Exponat mit mehr Feldern erweitern kann, während man drei Farben und die einfachere Regel verwendet. Wenn wir mit dem einfacheren Raster beginnen, mit nur 4 Quadraten, können wir sie mit den Spielsteinen in drei Farben füllen, ja oder nein? Wenn ja, warum ist das so? Können wir noch weitere Quadrate hinzufügen? Wenn wir die Anzahl der Quadrate zählen, ist das Minimum 4, dann haben wir ein Gitter mit 9 Quadraten, dann 16 und dann 25, was eigentlich das Quadrat der Anzahl der Quadrate in der mittleren Spalte des Gitters ist.

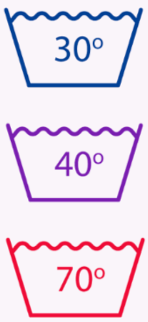


Gibt es einen Zusammenhang mit dem Pascalschen Dreieck?

Wie kann man beweisen, dass die einzige Version, die die Regeln erfüllt, diejenige ist, bei der das Gitter aus der quadrierten Anzahl der Quadrate der mittleren Spalte besteht? Es gibt einen geometrischen Beweis dafür, der aber für Kinder unter 8 Jahren nicht nachvollziehbar ist. Einfaches Material kann getarnt hohe Mathematik enthalten!

Familien

Das Exponat „Familien" fordert die Lernenden auf, Objekte nach ihren eigenen Regeln in drei verschiedene Gruppen zu sortieren. Ein Beispiel hierfür wäre Größe, Farbe und Form. Es gibt viele Aktivitäten, die auf dieser Idee basieren können. Eine Aktivität kann darin bestehen, Kleidung zum Waschen nach Farbe oder nach der Waschtemperatur zu sortieren.



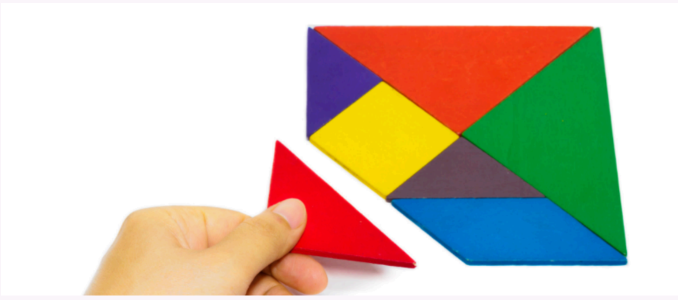
Eine weitere Aktivität kann darin bestehen, gemeinsame Merkmale zwischen den Schülerinnen und Schülern zu ermitteln (z. B. Größe, Kleidung, langes oder kurzes Haar) und sie zu vergleichen, indem man ein physisches Venn-Diagramm und Karten mit Kategorien verwendet, um die Gemeinsamkeiten darzustellen. Anschließend kannst du die Kinder bitten, zu zählen, wie viele von ihnen zu welcher Kategorie gehören. Eine Möglichkeit, daraus ein Spiel zu machen, ist, sie aufzufordern, andere Menschen zu finden, die die gleichen Eigenschaften haben, wie z. B. Alter, Größe und Geburtsmonat. Dieses Spiel nennt sich Menschenbingo, und es gibt viele Vorlagen, die man online finden kann, um sein eigenes Menschenbingo zu erstellen. Ein Beispiel wird unten von myfreebingocard.com gezeigt:

SMEM
Co-funded by the European Union

Quelle: https://myfreebingocards.com/human-bingo.

Eine darauf aufbauende Aktivität kann darin bestehen, die Kinder nach ihrem Geburtsmonat zu sortieren, was eine Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung darstellt. Wenn es zum Beispiel mehr als 24 Personen gibt, liegt die Wahrscheinlichkeit bei über 50 %, dass zwei Personen am selben Tag Geburtstag haben.

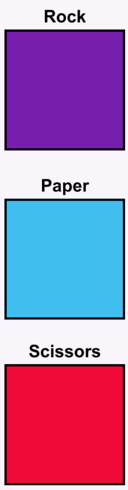
Eine Möglichkeit, die Exponate der „Familien" und der „Schlange I" (die sich mit dem Zählen und einer sanften Einführung in die Wahrscheinlichkeit beschäftigt) zu kombinieren, besteht darin, dass die Lehrkräfte ihre eigene Version des Sortierens von Formen oder Gegenständen unter der Bedingung erstellen, dass es mehr als eine Familie gibt, zu der sie gehören. Ein Beispiel hierfür sind Logikblöcke, bei denen die gleichen Formen mit unterschiedlichen Strukturen, Größen und Farben von Kreisen, Dreiecken und Rechtecken verwendet werden. Das ist auch etwas, was mit dem Tangram-Puzzle gemacht werden kann.

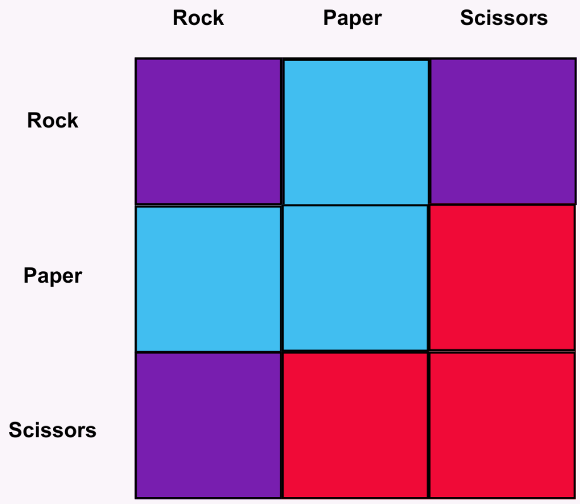


Co-funded by the European Union

Die Schlange I

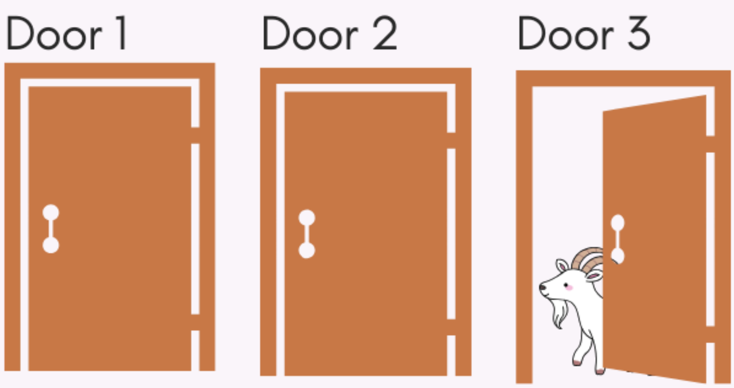
Um das Exponat „Schlange I" mit der Idee von Kopf oder Zahl zu erweitern und an Aktivitäten zu verknüpfen, die eine Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung bieten, kannst du die Kinder bitten, das Spiel „Schere, Stein, Papier" (engl. „rock paper scissors") zu spielen. Du kannst jeder Option eine Farbe zuweisen und die Kinder bitten, die Farbe zu verwenden, die in der jeweiligen Situation gewinnt. Bitte die Kinder, das Spiel zu spielen und zu zählen, wie oft sie mit einer der drei Farben gewonnen haben.





Wie kann ein Tennismatch enden, wenn man in zwei oder drei Sätzen spielt? Bei dieser Aktivität werden 2 und 3 gewonnene Matches mit Zeichnungen oder Aufklebern auf einer Tafel dargestellt. Anschließend werden die Kinder aufgefordert, die verschiedenen Möglichkeiten, wie ein Tennismatch unter diesen Bedingungen enden kann, zu zählen. Die Kinder markieren abwechselnd verschiedene Ergebnisse auf der Tafel, z. B. dass ein Spieler alle Matches gewinnt, dass beide Spieler gleich viele Matches gewinnen oder dass jeder Spieler verschiedene Kombinationen von Siegen erzielt. Durch dieses Zählen lernen die Kinder die Prinzipien des Zählens und erforschen gleichzeitig die verschiedenen Möglichkeiten, wie ein Tennismatch ausgehen könnte. Das fördert das Engagement, die Kreativität und die grundlegenden mathematischen Fähigkeiten in Bezug auf Zählen und Wahrscheinlichkeiten.

Du kannst das Monty-Hall-Problem in ein Klassenzimmer-Spiel verwandeln. Die Lehrkraft öffnet eine Tür, und die Schülerinnen und Schüler entscheiden, ob sie bei ihrer ersten Wahl bleiben oder zu einer anderen Tür wechseln wollen. Das Spiel legt nahe, dass ein Türwechsel in der Regel die bessere Strategie ist. Führe einige Runden in der Klasse durch und notiere, wie oft sich die Kinder für eine andere Tür entscheiden. Hebe die detaillierte Erklärung der Logik für später auf und konzentrieren dich zunächst auf den Spaß und den interaktiven Aspekt.



Co-funded by the European Union

Singende Vögel

Die App „Singende Vögel” präsentiert sechs Vögel („Lichter”), die ein- oder ausgeschaltet werden können, und sechs Pilze („Knöpfe”), die gedrückt werden können oder nicht. Jeder Pilz schaltet den Zustand eines oder mehrerer Vögel um, aber wir wissen nicht im Voraus, welche Vögel mit jedem Pilz „verbunden” sind. Jedes Spiel hat andere zufällige Verbindungen. Die Vögel sind ursprünglich alle ausgeschaltet, und das Ziel ist es, sie alle einzuschalten. Jeder Vogel im eingeschalteten Zustand spielt eine Note, alle eingeschalteten Vögel ergeben einen schönen Akkord.

Durch das Spielen und drücken der Pilze lernen die Kinder den Spielmechanismus kennen, aber sie werden erst nach vielen Versuchen und Fehlern zu einer Lösung kommen. Nach einigen Spielen können die Kinder einige Strategien entwickeln und die Lehrkräfte können weitere Erkenntnisse vermitteln.

Bevor wir versuchen, ein Problem zu lösen, müssen wir uns vorstellen, wie die Lösung aussehen könnte. Eine erste wichtige Feststellung ist, dass die Reihenfolge, in der die Knöpfe gedrückt werden, keine Rolle spielt, und dass zweimaliges Drücken eines Pilzes dasselbe ist wie gar kein Drücken. Das mag auf den ersten Blick nicht ersichtlich sein, denn vorstellbar wäre auch, dass die Lösung das Pilze drücken in einer bestimmten Reihenfolge ist. Sobald wir aber verstehen, dass die Reihenfolge keine Rolle spielt, ist es klar, dass die Lösung nur eine bestimmte Auswahl der zu drückenden Tasten ist. Damit ist es möglich, eine Aufzählungsstrategie zu erstellen (z. B. um alle möglichen Kombinationen auszuprobieren).

Eine zweite wichtige Beobachtung ist, dass manche Vögel nur von wenigen Pilzen angeschaltet werden. Wenn wir durch Ausprobieren herausfinden, dass ein Vogel nur von einem der Pilze angeschaltet wird, ist es sicher, dass dieser gedrückt werden muss. Wenn wir herausfinden, dass ein Vogel von zwei Pilzen angeschaltet werden kann, ist es sicher, dass entweder der eine oder der andere (aber nicht beide, und nicht keiner) gedrückt werden muss. Dadurch wird diese Gruppe von zwei Pilzen vom Rest getrennt und wir können die erste Option ausprobieren, und wenn sie nicht erfolgreich ist, die zweite. Diese Erkenntnisse implizieren eine deduktive Argumentation, die letztlich die Kombinationsmöglichkeiten reduziert und die Suche der Lösung eingrenzt.

Diese Versuch-und-Irrtum-Technik, die durch eine gewisse deduktive Eingrenzung des Suchraums verbessert wird, fällt unter das, was wir „Beobachten und Zählen" nennen. Das Zählen kann komplizierter sein als das Aufzählen von Gegenständen. Zum einen erfordert es eine Beschreibung des Kombinationsraums, zum anderen müssen einige (oder alle) ungültigen Kombinationen, die nicht ausprobiert werden müssen, ausgeschlossen werden.

Für den interessierten Leser fügen wir hier eine mathematische Beschreibung des Spiels bei: Das Problem kann mit linearer Algebra formalisiert werden. Wir drücken den ersten Pilz, sehen,

SMEM
Co-funded by the European Union

welcher der Vögel sich einschaltet, und halten diese Information als Spaltenvektor aus sechs Nullen und Einsen fest (eine 1 für jeden eingeschalteten Vogel, ansonsten eine 0). Zum Beispiel der Vektor (0,0,1,1,0,0), wenn sich nur der dritte und vierte Vogel einschalten). Wir wiederholen dies mit jedem der sechs Pilze, um sechs Spaltenvektoren zu erhalten. Wir stapeln die sechs Spaltenvektoren, um eine Matrix A zu erstellen. Für jede Kombination x von gedrückten Knöpfen (z.B. x = (1,1,0,0,0,1) als Spaltenvektor, wenn wir die Knöpfe 1, 2 und 6 drücken) sind die eingeschalteten Vögel durch das Matrixprodukt A · x gegeben. Die Matrizen und Vektoren müssen modulo 2 betrachtet werden, d. h. jeder gerade Eintrag wird durch 0 und jeder ungerade Eintrag durch 1 ersetzt. Die Lösung des Rätsels ist gleichbedeutend mit der Lösung des linearen Systems A · x = (1,1,1,1,1,1)T, die mit jeder Standardmethode zur Lösung linearer Gleichungssysteme (Gaußsche Eliminierung, Invertierung von A usw.) durchgeführt werden kann. Das Programm garantiert, dass die Matrix A invertierbar ist, so dass es immer eine eindeutige Lösung des Rätsels gibt.

Ein ähnliches Rätsel, die Kindern in ähnlichem Alter vorgeschlagen werden können, ist Lights-out, ein in den 90er Jahren beliebtes physisches Elektronikspiel, das heute auch in Online-Versionen gespielt werden kann. Die Mechanik ist ähnlich. In diesem Fall sind die Knöpfe selbst auch Lichter und es gibt 25 von ihnen, die in einem 5x5-Raster angeordnet sind. Jeder Knopf schaltet sein eigenes Licht und die Lichter der benachbarten Knöpfe auf einer Seite um. Diese konstante und vorhersehbare Verbindung zwischen Knöpfen und Lichtern macht es mit etwas Übung einfacher, Muster zu erkennen. Auch hier liefert die lineare Algebra eine mathematische Lösung.

Zu guter Letzt gehören Symmetrie und Parität zu den gebräuchlichsten und nützlichsten Werkzeugen in der mathematischen Zauberkunst (z. B. der Baby-Hummer oder, weiter fortgeschritten, der allgemeinere Fall des Hummer-Prinzips) oder um Gewinnstrategien in vielen Spielen (z. B. NIM) zu finden. Die Marienbad-Version von Nim ist ein großartiges Beispiel dafür, wie man mit Symmetrie und Parität (angewandt auf das Binärsystem) jedes Spiel gewinnen kann.

SMEM Co-funded by the European Union

Selfies am Strand

In Bezug auf die Lage und Position von Objekten im Raum können die Lernenden aufgefordert werden, bestimmte Ausdrücke mit der Position von Objekten auf dem Bild zu verbinden. Ein Beispiel hierfür wäre die Verwendung von „vor" und die Frage, welche Objekte sich vor welchem Objekt befinden. Darüber hinaus könnte das Geoboard verwendet werden, um die Lage der Tiere in Relation zueinander darzustellen und so ein kartesisches Koordinatennetz zu erstellen.

Darüber hinaus können verschiedene Objekte im Klassenzimmer zu einer Fotoszene zusammengestellt werden, in der die Kinder das zum Exponat gehörende Fotohandy verwenden, um Fotos aus verschiedenen Perspektiven zu machen. Ältere Schülerinnen und Schüler können bei dieser Aktivität auch das Licht mit einbeziehen, um mehr über Winkel zu lernen und zu verstehen (woher kommt das Licht? Berücksichtigt auch die von verschiedenen Lichtquellen geworfenen Schatten).

Weitere Aktivitäten können sein

- Ein und dasselbe Foto aus verschiedenen Positionen im Klassenzimmer aufnehmen und anschließend anhand der Fotos erraten, wer es aufgenommen hat (das Foto wurde z. B. von der linken Seite des Klassenzimmers oder von der Rückseite des Klassenzimmers aufgenommen).
- Aufnahme desselben Fotos mit unterschiedlichen Verhältnissen (1:1, 3:4, 9:16) und Diskussion darüber, wie sich dies auf das endgültige Foto auswirkt, im Sinne von Dingen, die darin enthalten sind.

SMEM Co-funded by the European Union

Pfade

Die Vorstellung eines Pfades gehört zu den frühesten Konzepten, mit denen Kinder bei der Erkundung und Navigation in ihrer Umgebung in Berührung kommen. Sichtbare Pfade, die von Kindern angelegt werden, können Spuren von Stöcken im Sand sein, Kritzeleien auf Papier oder nasse Spuren, die eine zerbrochene Wasserflasche hinterlässt, wenn sie herumgeschoben wird – die Möglichkeiten sind endlos. Sie können Pfade beobachten, die von Feuerwerkskörpern, Flugzeugen, Sternschnuppen, Tierspuren und Handschriften gebildet werden, und sogar die Idee von Pfaden ohne sichtbare Spuren in Betracht ziehen.

In verschiedenen Bereichen definiert ein Pfad einen Bereich, in dem Bewegung möglich ist: Man kann eine Straße oder einen Waldweg überqueren oder auf einem Bürgersteig gehen, aber nicht durch Wände oder Gebäude. Wald- und Feldwege leiten die Bewegung und warnen davor, in Wälder oder Felder zu laufen und sich zu verirren. Es gibt einen Weg zwischen Wohnung und Schule, den man lernen kann, und manchmal kann man von der Schule auf einem anderen Weg zurückkehren, obwohl man denselben Anfangs- und Endpunkt hat. Das Erlernen eines Weges erfordert Richtungen – vorwärts gehen, rechts abbiegen, Hindernisse umgehen oder zurückgehen, wenn ein Hindernis wie ein Zaun oder eine geschlossene Tür im Weg steht.

Die Definition eines Pfades ist zwar ein intuitives Konzept, umfasst aber zwei sich ergänzende Perspektiven: Erstens wird ein Pfad bei einer dynamischen Definition als die Flugbahn eines sich bewegenden Objekts (das möglicherweise keine sichtbaren Spuren hinterlässt) interpretiert. Jedes sich bewegende Objekt – Person, Tier, Auto – hinterlässt während der Bewegung eine Spur, im Stillstand jedoch nicht. Eine statische Definition hingegen definiert einen Pfad als eine (nicht notwendigerweise gerade) Linie, die zwei Punkte im Raum miteinander verbindet, wobei keine Bewegung erforderlich ist. Beide Definitionen sind in Wörterbüchern zu finden, oft zusammen mit weiteren symbolischen Bedeutungen. Mathematisch gesehen sind beide Sichtweisen gleichwertig: Die Menge der Punkte, die ein Objekt durchquert, bildet eine Kurve, und wenn wir eine Kurve haben, können wir ein sich bewegendes Objekt dieser Kurve folgen lassen. Kindern diese Dualität näher zu bringen, kann jedoch sehr interessant sein. Pädagog*innen oder Eltern können Diskussionen anregen, indem sie die Frage „Was ist ein Pfad?” stellen und alternative Perspektiven aufzeigen. Wenn diese Diskussionen mit vorgeschlagenen Aktivitäten kombiniert werden, kann das Verständnis verbessert werden.

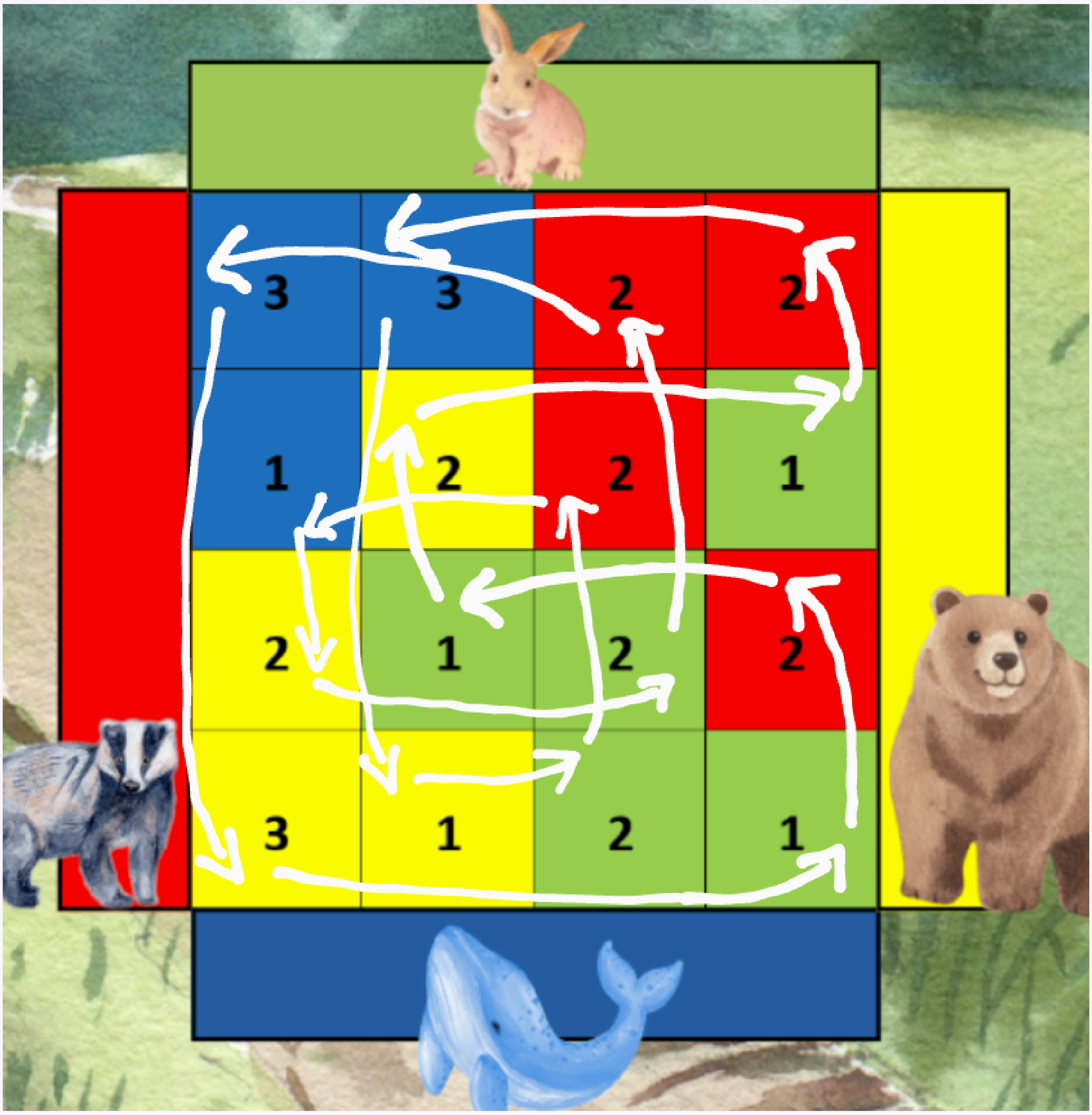
SMEM-Exponate zum Thema Pfade

Emys Spaziergang

Die „dynamische Sichtweise” ist eine gute Beschreibung eines Weges anhand einer Abfolge von Anweisungen: Das Befolgen von Schritt-für-Schritt-Anweisungen während der Bewegung skizziert einen Weg. Diese Sichtweise findet im Exponat „Emys Spaziergang” eine passende Illustration. Das Exponat zeigt ein Schachbrett mit nummerierten und farbigen Quadraten (siehe Abbildung). Jede der vier Farben lenkt die Bewegung auf eine bestimmte Seite, und die Zahl gibt an, wie viele Quadrate zu gehen sind. Jedes Kind, das Zahlen erkennen kann, wird diesen einfachen Regeln leicht folgen können. In der anschließenden Diskussion können Fragen wie „Welchen Weg bist du gegangen?” die Kinder dazu anregen, ihren Weg nachzuvollziehen, oder Fragen zur Definition eines Weges selbst aufwerfen. Eine weitere Frage kann sein: „Fällt dir ein Weg auf der Tafel auf?” Diese

SMEM Co-funded by the European Union

Frage regt die Kinder dazu an, zu erkennen, dass ein explizit gezeichneter Weg auf dem Brett (statisch) nicht existiert, die Regeln aber einen impliziten Weg definieren.



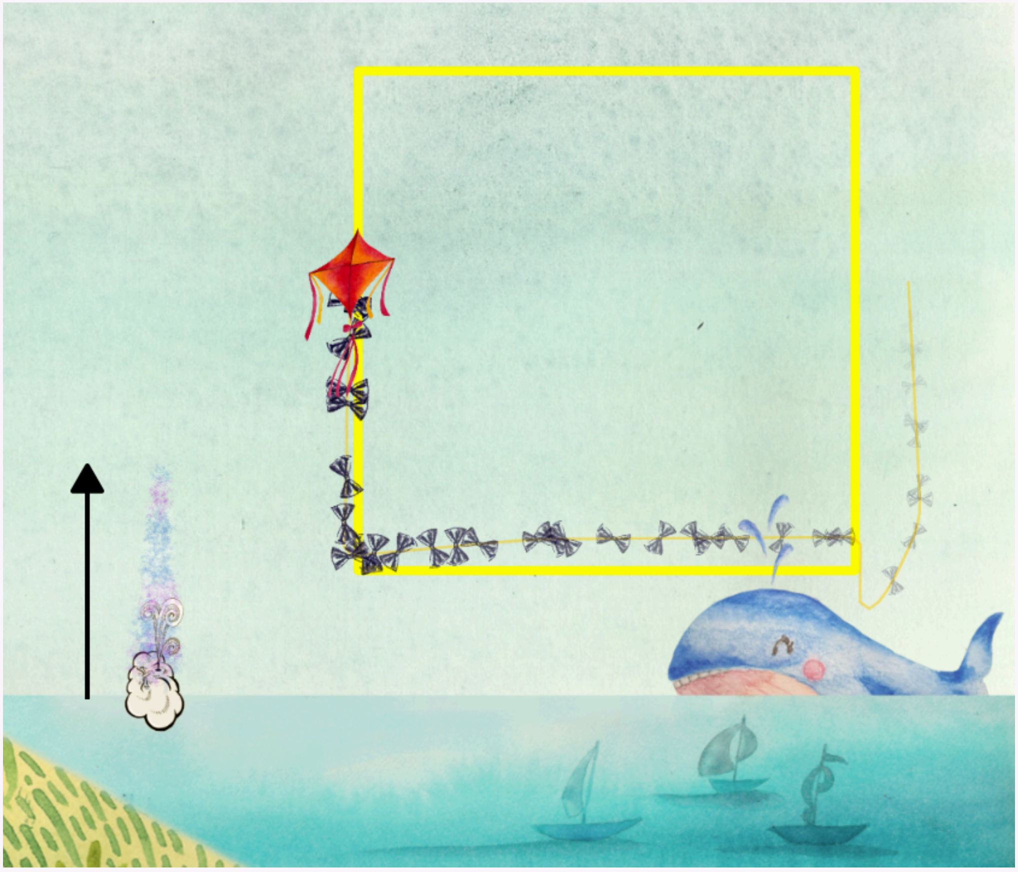
Spannende Fragen wie „Gibt es einen Weg, der den Spielregeln entspricht, zwischen der gelben Drei und der blauen Eins (oder einer anderen Kombination)?" oder „Wo sollte ich meinen Weg beginnen, um durch…" können zur Erkundung anregen. Um den Spielfluss beizubehalten, führen Fragen wie „Kehrt mein Weg zu seiner Ausgangsposition zurück?" in das Konzept der geschlossenen Wege ein. Beobachtungen zu Selbstüberschneidungen, Richtungsbegriffen (links und rechts, vor und nach, vorwärts und rückwärts) und Diskussionen über Pfadkonfigurationen können die Erfahrung bereichern.

Ältere Kinder (ab 8 Jahren) kannst du dazu anregen, ihr eigenes Schachbrett zu gestalten. Sie können dies von Grund auf auf Papier machen oder vorgefertigte Quadrate verwenden, die bereits gefärbt und beschriftet sind. Du kannst auch die Anweisungen abändern, zum Beispiel: „Euer Waldspaziergang sollte zwei, drei oder vier verschiedene Wege mit Schleifen enthalten." Um den Einstieg in die Aktivität zu erleichtern, kannst du den Plan teilweise ausfüllen und ein paar Felder für die Erkundung und Gestaltung frei lassen.

SMEM Co-funded by the European Union

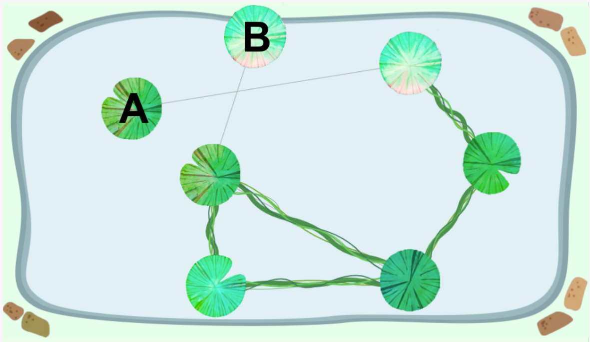
Das Herz am Himmel

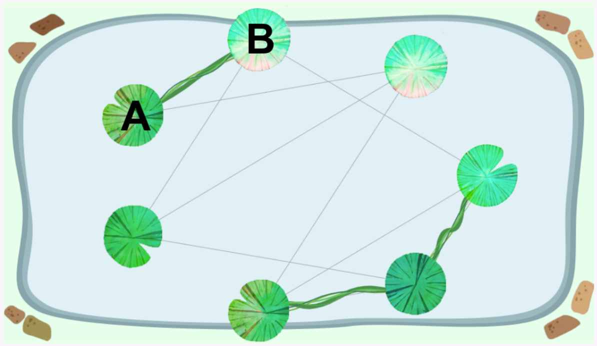
Bei dem virtuellen Exponat „Das Herz am Himmel" steuern Kinder einen fliegenden Drachen, um eine vorgegebene Form am Himmel zu verfolgen. Während die Zielform einen „statischen" Weg darstellt, verkörpert die Flugbahn des Drachens einen „dynamischen" Weg. Interessanterweise hinterlässt die Bewegung des Drachens, obwohl sie dynamisch ist, eine Spur auf dem Bildschirm, die den dynamischen Weg im Grunde in einen statischen verwandelt. Hier betont das Exponat die vom Weg unabhängige Richtung. Anstatt den Drachen direkt zu steuern, lenken die Kinder ihn indirekt durch einen Wolkenwind, der die Bewegung des Drachens darstellt. Dieser Aufbau fördert die Auge-Hand-Koordination und die räumliche Orientierung. Wie in der vorangegangenen Ausstellung zu sehen war, spielen die Richtungen eine zentrale Rolle bei der Bestimmung des Weges. Darüber hinaus führen wir das Konzept der Geschwindigkeit ein: Die Richtung des Windes gibt die Bewegungsrichtung des Drachens an, und seine Länge steht für die Geschwindigkeit. Zusammen bilden Richtung und Geschwindigkeit den Geschwindigkeitsvektor des sich bewegenden Drachens, der immer tangential zur Bahn verläuft.



Der Seerosenteich

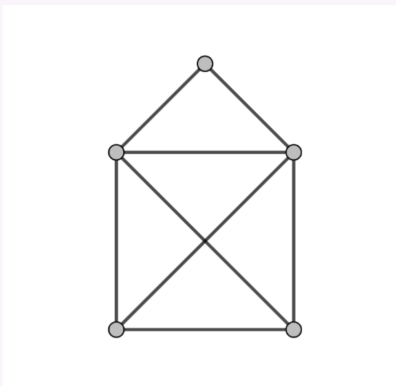
Bei dem digitalen Exponat „Der Seerosenteich” entstehen Pfade, indem Lilien mit geraden Liniensegmenten verbunden werden. Dieses Exponat erweitert das Konzept der Pfade auf das der Graphen: Lilien stellen Eckpunkte dar und ihre Verbindungen bilden die Kanten eines Graphen. Jede Kante verbindet stets zwei Scheitelpunkte, wobei sichergestellt wird, dass es keine unterbrochenen oder verirrten Kanten oder einen unverbundenen Scheitelpunkt gibt. Scheitelpunkte können sowohl als Anfangs- als auch als Endpunkte für mehrere Kanten dienen. Einige Kanten können sich überschneiden. Sich überschneidende Kanten werden als dünne Linien dargestellt, während sich nicht überschneidende Kanten als grüne Stränge erscheinen. Das ursprüngliche Ziel des Spiels besteht darin, alle Kanten zu entwirren und Überschneidungen zu beseitigen. Die angezeigten Graphen bieten jedoch die Möglichkeit, weitere Pfade zu erkunden. Indem man einen Graphen auswählt und zwei Lilien als A und B kennzeichnet, kann man die verschiedenen Wege untersuchen, die es gibt, um diese Punkte zu verbinden. Wie viele verschiedene Wege gibt es?





Je nach ausgewähltem Graphen kann diese Aufgabe von einfach bis kompliziert variieren. Du kannst zusätzliche Bedingungen einführen, die der Pfad erfüllen muss, um berücksichtigt zu werden (z. B. sich nicht schneidende Linien, Rückwärtsbewegung erlaubt, usw.). Alternativ kannst du die Kinder auffordern, den kürzesten Weg zu finden, der alle Lilien miteinander verbindet, ähnlich wie beim Problem des Handelsreisenden.

Eine weitere spannende Aufgabe besteht darin, so viele Seerosen wie möglich miteinander zu verbinden und dabei jeden Strang nur einmal zu verwenden. Manchmal ist es nicht möglich, alle Seerosen zu verbinden. Das erste Bild zeigt einen solchen Fall. Dann kannst du Folgefragen stellen wie: „Ist es möglich, alle Lilien zu verbinden?”, „Warum oder warum nicht?”, „Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, um sie alle zu verbinden?” Diese Aufgaben erinnern an das berühmte Problem „Die Brücken von Königsberg”. Die Kinder erkennen vielleicht auch ein ähnliches Rätsel, bei dem sie einen Pfad auf einem Graphen zeichnen müssen, der einem Haus ähnelt:

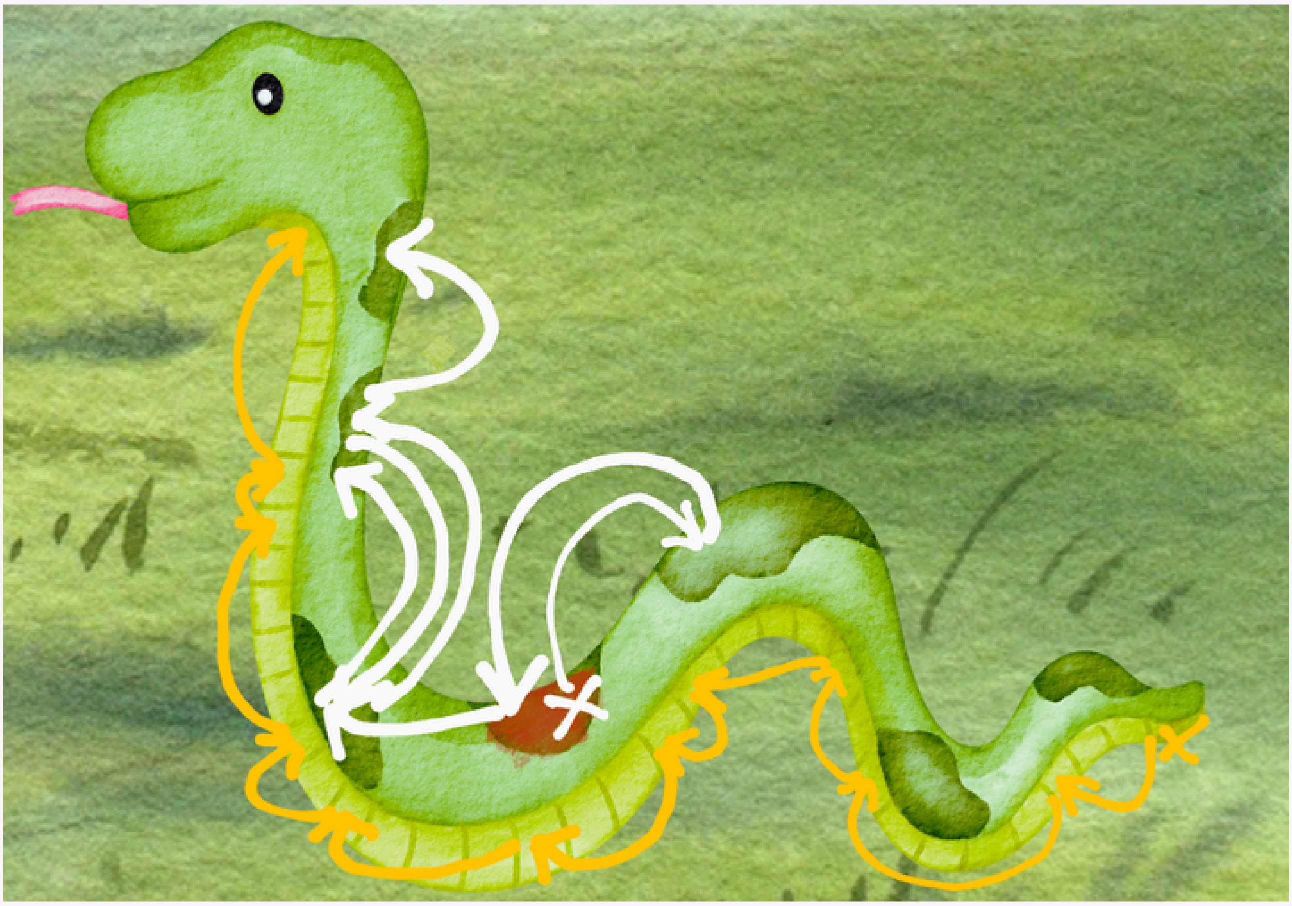


Co-funded by the European Union

Die Schlange

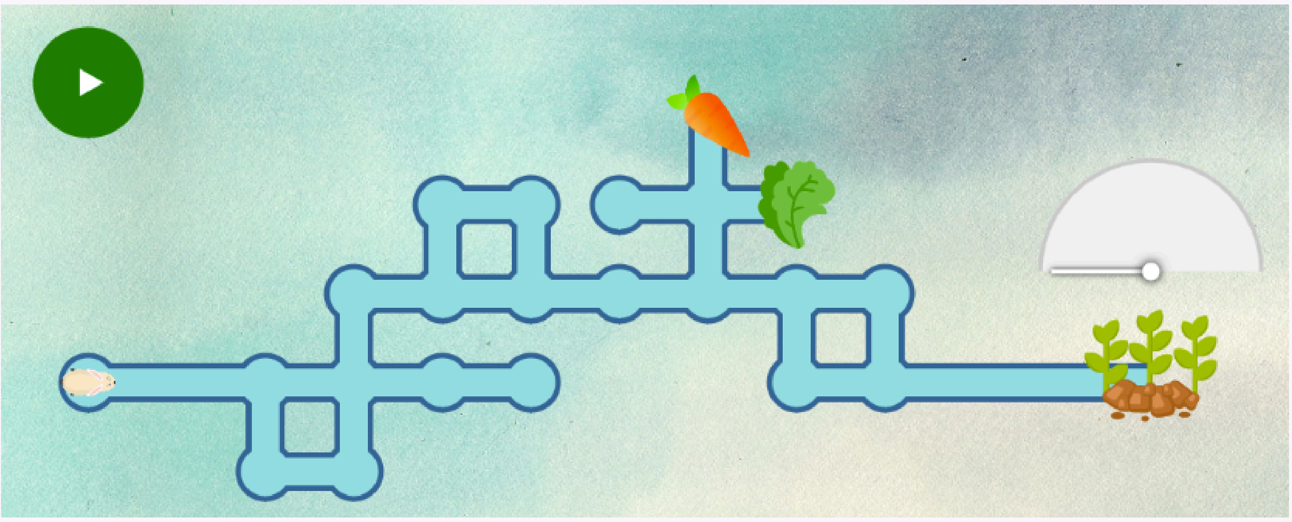
Im Verlauf des Spiels „Die Schlange" zeichnen alle Spielenden mit ihren Spielsteinen einen Weg über das Spielbrett. Ein Pfad, der sich aus dem Spiel ergibt, ergibt automatisch einen Graphen (siehe den vorherigen Absatz über das Seerosenteich-Spiel). Die Illustration unten zeigt einen Beispielpfad für jede Spielvariante.

Du kannst die Kinder fragen, wie lang der Weg ihres Spielsteins war. Bei der Münzversion des Spiels ist es die Anzahl der Runden, die sie gebraucht haben, um das Spiel zu beenden, während es bei der Würfelversion immer dasselbe ist: die Länge der Schlange (Anzahl der Felder). Sollte der Weg den Zählbereich der Kinder überschreiten, können sie ihn auf ein Rasterpapier zeichnen und die Quadrate als Zähleinheiten verwenden.



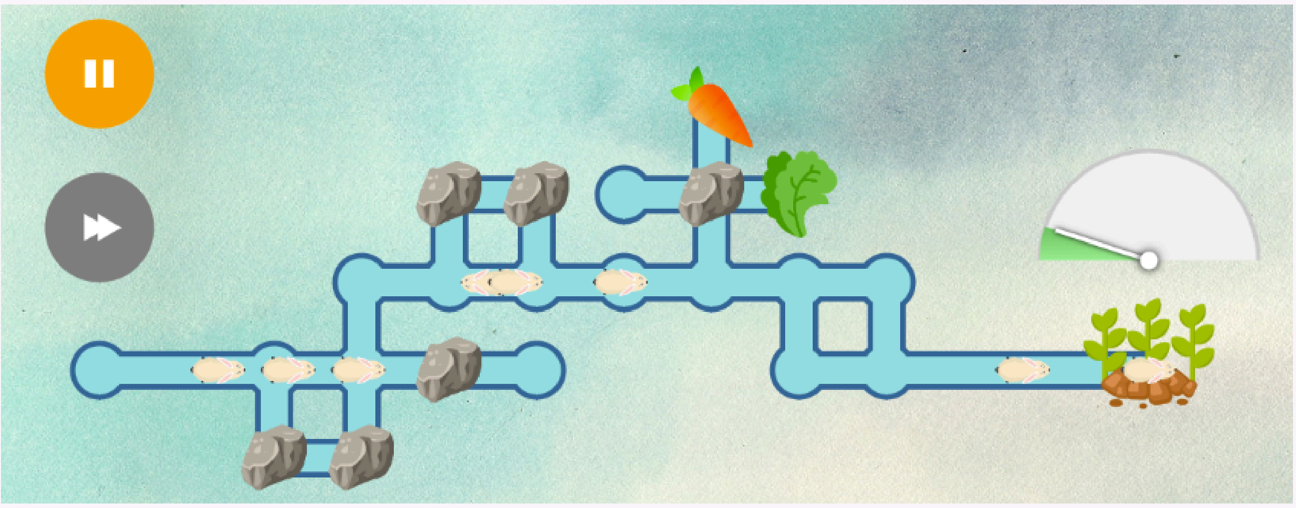
Das Hasenlabyrinth

Die Gestaltung jeder Etappe des virtuellen Labyrinths bildet einen Graphen, der aus Eckpunkten (runden Flächen oder Schnittpunkten) und Kanten (Verbindungen zwischen diesen runden Flächen) besteht. Hier ist ein Beispiel:



Die Hasen laufen durch den Graphen, jeder auf seiner eigenen Route. Jeder Weg beginnt auf der linken Seite des Bildschirms und endet entweder am Kaninchenbau auf der rechten Seite, an einer Karotte oder an einem Salatblatt. Diese Wege können unterschiedlich lang sein und mehrere Schleifen enthalten.

Ziel ist es, den Graphen durch strategisches Platzieren von Steinen auf den Eckpunkten so zu verändern, dass möglichst viele Hasen den Hasenbau am Ende des Pfades erreichen.

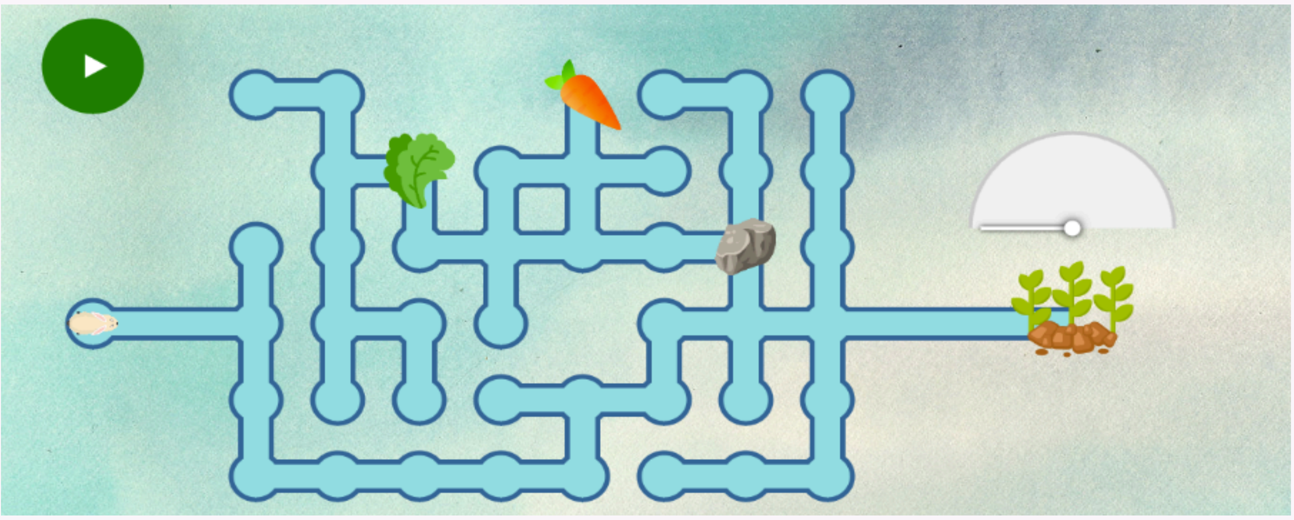


Hasen können sich entlang von Kanten bewegen, die zu einem Stein führen, sind aber gezwungen, ihre Richtung umzukehren, wenn sie ihn erreichen. (Hinweis: Dieses Verhalten unterscheidet sich von dem eines mathematischen Graphen, da der verbleibenden Kante an einem Ende ein Scheitelpunkt fehlt.) Es ist möglich, alle drei Endmöglichkeiten zu blockieren, was zu einem endlosen Spiel führt. Steine können auch Umwege sichern, die den Hasen helfen, ihren Bau schnell zu erreichen (wie auf dem Screenshot zu sehen: nur ein Stein blockiert die Karotte und das Salatblatt; die anderen fünf sind nicht notwendig, um das Ziel zu erreichen, beschleunigen aber die Ankunft der Hasen).

smem
Co-funded by the European Union

Für Kinder könnten die ersten Fragen zum Graphen (vor dem Platzieren von Steinen) denen des Seerosenspiels ähneln: „Wie viele verschiedene Wege können die Kaninchen nehmen?” oder „Was ist der kürzeste Weg?” usw. Die Suche nach dem kürzesten Weg hilft bei der Platzierung der Steine, um das Ziel des ursprünglichen Spiels zu erreichen.

Dann könnte man nach der optimalen Platzierung der Steine fragen, um das Ziel des Spiels zu erreichen. Überlege auch, wie viele Steine mindestens benötigt werden, um alle Ablenkungen zu blockieren, und wie sie strategisch in einem Graphen platziert werden können, den du gerade spielst. So ist es beispielsweise möglich, zwei Ablenkungen mit einem einzigen Stein zu blockieren, auch wenn es möglich ist, jede Ablenkung separat mit einzelnen Steinen zu blockieren.



Beispiel eines SMEM-basierten Workshops

In diesem Abschnitt werden wir einen spannenden Workshop erkunden, der auf Aktivitäten aus dem SMEM-Projekt basiert. Diese Aktivitäten dienen als Inspiration für die Schaffung dynamischer Lernerfahrungen im Klassenzimmer und darüber hinaus.

Alter: 6-8

Workshop: Geometrie und räumliches Vorstellungsvermögen

Lernort: Klassenzimmer / häusliche Umgebung / zu Hause

Benötigte Zeit pro Aktivität: 20-25 Min.

Aktivitäten: Selfies am Meer und Positionsverständnis
Geometrischer Spaß mit Formen
Geometrische Muster durch Bauen entdecken

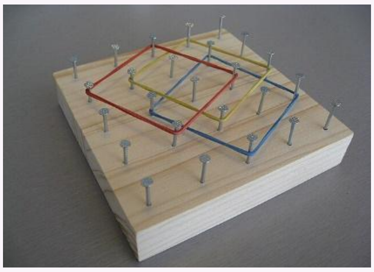
Notwendiges Material: Kameras, Geoboards, geometrische Hilfsmittel

Inhalt des Workshops: Verstehen kartesischer Konzepte, Erforschen von Formen und deren Eigenschaften, Aufbau platonischer Körper, Zuordnen von Bildern zu Objektpositionen und Experimentieren mit Winkeln und Licht durch Fotografie.

Mathematische Inhalte: Geometrie, Raumvorstellung, Winkel, Formen

Selfies am Meer und Positionsverständnis

Diese Aktivität konzentriert sich auf die Förderung des räumlichen Verständnisses und des Positionsbewusstseins der Kinder durch eine Kombination aus visuellen Aktivitäten und praktischer Erkundung. Den Kindern werden Bilder präsentiert, die Szenen am Meer mit verschiedenen Objekten zeigen. Sie werden aufgefordert, beschreibende Ausdrücke mit den entsprechenden Positionen der Objekte in diesen Szenen zu verbinden. So werden zum Beispiel Begriffe wie „neben der Palme", „hinter dem Boot" oder „vor dem Leuchtturm" mit den entsprechenden Objekten auf den Bildern verknüpft. Diese Übung hilft, das Verständnis für räumliche Präpositionen und die Platzierung von Objekten zu stärken.



Um die räumlichen Konzepte zu vertiefen, werden die Kinder Geoboards vertraut gemacht, einem taktilen Werkzeug, das einer kartesischen Ebene ähnelt. Sie verwenden Gummibänder oder Stifte, um Formen zu erstellen oder Punkte auf dem Geoboard zu markieren. Auf diese Weise erlangen sie ein praktisches Verständnis grundlegender kartesischer Koordinatenkonzepte wie X- und Y-Achsen, Koordinaten und die Positionierung von Objekten in Bezug auf Gitterpunkte.

Der Workshop gipfelt in einer unterhaltsamen und interaktiven Fotoaktivität. Die Kinder verwenden Kameras oder Smartphones, um Bilder aus verschiedenen Perspektiven aufzunehmen – Luftaufnahmen, Nahaufnahmen und Panoramabilder. Sie erforschen, wie die Veränderung des Blickwinkels die Wahrnehmung der Positionen und Größen von Objekten auf den aufgenommenen

Bildern verändert. Es folgen Diskussionen, in denen die Kinder ihre Beobachtungen über die Auswirkungen verschiedener Perspektiven auf die Positionierung von Objekten und die visuelle Wahrnehmung zum Ausdruck bringen können.

Während der gesamten Aktivität leitet die Lehrkraft die Diskussionen und ermutigt die Kinder, ihr Verständnis von Positionsbegriffen, Koordinatenkonzepten und dem Einfluss visueller Perspektiven auf die Platzierung von Objekten zum Ausdruck zu bringen. Dieser offene Dialog fördert das kritische Denken und ermöglicht es den Kindern, Beobachtungen aus der realen Welt mit geometrischen und räumlichen Prinzipien zu verbinden.

Konkrete Beispiele von Aufforderungen

1. Einführung in die Koordinaten

Beschriften wir die horizontalen Linien mit A, B, C und die vertikalen Linien mit 1, 2, 3, um unser Gitter zu erstellen. Wie hilft uns das bei der Beschreibung von Punkten? Kannst du einen Punkt auf A3 einzeichnen? Welche Koordinaten würdest du verwenden, um einen Punkt auf dem Gitter zu zeichnen?

2. Erstellen von Formen und grafische Darstellung von Punkten

Verbinde die eingezeichneten Punkte. Welche Form ist entstanden? Kannst du mit den Koordinaten D2, E4 und F3 ein Dreieck bilden? Wie würdest du diese Punkte einzeichnen?

3. Verstehen von Bewegungen und Verschiebungen

Verschieben wir das Quadrat um zwei Einheiten nach rechts und drei Einheiten nach oben. Wie lauten seine neuen Koordinaten? Beschreibe die Verschiebung der Form mit Hilfe von Koordinaten. Wie hat sich die Änderung der Koordinaten auf seine Position ausgewirkt?

4. Analyse von Koordinatenbeziehungen

Was passiert, wenn man die zweite Koordinate ändert und die erste konstant lässt? Kannst du erklären, wie die Änderung der ersten Koordinate die Form horizontal oder die Änderung der zweiten Koordinate sie vertikal verschiebt?

5. Erforschung von Formeigenschaften und Transformationen

Was passiert, wenn wir A1, A4, D4 und D1 verbinden? Kannst du die Form beschreiben? Wie sieht es aus, wenn wir diese Form an der senkrechten Linie bei Koordinate B spiegeln?

6. Anwendungen in der Praxis

Wie kann das Verständnis von Koordinaten uns helfen, uns in einer Stadt zurecht zu finden oder Objekte auf einer Karte zu lokalisieren? Kannst du dir Situationen vorstellen, in denen die Kenntnis der Koordinaten nützlich sein könnte?

Am Ende der Aktivität werden die Kinder in einer Reflexion ermutigt, ihre Einsichten und Erkenntnisse mitzuteilen. Sie diskutieren darüber, wie sich ihr Verständnis von räumlicher Positionierung entwickelt hat und wie dieses neu gewonnene Wissen in realen Leben angewendet werden könnte, um ihr Verständnis von geometrischen und räumlichen Konzepten zu stärken.

Co-funded by the European Union

Diese erweiterte Aktivität nutzt den Einsatz von visuellen Bildern, taktilen Werkzeugen wie Geoboards und Fotografien, um das räumliche Verständnis der Kinder zu verbessern, Positionskonzepte zu stärken und Diskussionen zu führen, die die visuelle Wahrnehmung mit geometrischen und räumlichen Prinzipien verbinden.

Alternative Aktivität: Kartesisch-ähnliche Konzepte mit Stift und Papier

Bei dieser modifizierten Aktivität geht es darum, Kinder mit einfachen Mitteln wie Papier und Bleistift in grundlegende kartesische Koordinatenkonzepte einzuführen.Die Kinder erhalten ein Blatt Papier und Stifte. Sie beginnen damit, ein Raster auf das Papier zu zeichnen – eine Reihe von sich kreuzenden horizontalen und vertikalen Linien, die Quadrate bilden. Die Lernbegleitung leitet sie an, die horizontalen Linien mit Buchstaben (A, B, C, etc.) und die vertikalen Linien mit Zahlen (1, 2, 3, etc.) zu beschriften, was einer vereinfachten kartesischen Ebene entspricht.

Anhand dieses selbst erstellten Gitters üben die Kinder das Einzeichnen von Punkten, indem sie Koordinaten wählen (z. B. A3, B4) und diese auf dem Gitter markieren. Anschließend verbinden sie diese Punkte, um Formen wie Quadrate, Rechtecke, Dreiecke oder komplexere Konstruktionen zu erstellen. Die Ermutigung, mit verschiedenen Koordinaten zu experimentieren, fördert ihr Verständnis dafür, wie Koordinaten Positionen und Formen auf dem Gitter bestimmen.

Um das Verständnis von Positionskonzepten zu vertiefen, beschäftigen sich die Kinder mit Aktivitäten, bei denen sie Formen auf dem Raster verschieben. Die Lernbegleitung könnte sie anweisen, eine Form (z. B. ein Quadrat) von einer Position zu einer anderen zu verschieben, indem sie die Koordinaten für die neue Position angibt. Diese Übung verstärkt die Vorstellung, wie die Änderung von Koordinaten zu Verschiebungen oder Übersetzungen von Objekten auf einer visuellen Ebene führt.

Während die Kinder an ihren Gittern arbeiten, regt die Lernbegleitung Diskussionen an, um die Beziehungen zwischen Koordinaten, Bewegungen und den daraus resultierenden Formen zu untersuchen. Fragen wie „Wie wirken sich Änderungen der Koordinaten auf die Position der Form aus?” oder „Kannst du die Bewegung von Punkt A zu Punkt B mit Hilfe von Koordinaten beschreiben?” regen das kritische Denken an und stärken das Verständnis für räumliche Konzepte.

Gegen Ende werden die Kinder in einer Reflexionsrunde ermutigt, ihre Erfahrungen und Beobachtungen mitzuteilen. Sie diskutieren, wie die Arbeit mit Koordinaten und Formen auf dem Papier ihnen geholfen hat, Positionsbeziehungen zu visualisieren und grundlegende kartesische Konzepte zu verstehen. Die Lernbegleitung ermutigt sie, über praktische Anwendungen dieser Konzepte in Alltagssituationen nachzudenken.

Geometrischer Spaß mit Formen

Bei dieser Aktivität geht es darum, das Verständnis der Kinder für verschiedene geometrische Formen, ihre Eigenschaften und ihre Beziehungen zueinander zu fördern und zu erforschen. Den Kindern wird eine Vielzahl geometrischer Formen vorgestellt – Kreise, Quadrate, Dreiecke, Rechtecke, Fünfecke, Sechsecke und 3D-Formen wie Würfel, Kugeln und Pyramiden. Die Lernbegleitung leitet die Aktivität ein, indem sie zur praktischen Erkundung und Diskussion über diese Formen anregt.

SMEM
Co-funded by the European Union

Konkrete Beispiele für Anleitungen und Diskussionen der Lernbegleitung

1. Einführung in die geometrischen Formen

Lasst uns zusammen die Formen erkunden. Was fällt dir an den Eigenschaften eines Quadrats und eines Dreiecks auf? Wie viele Seiten hat ein Sechseck? Kannst du sie zählen und benennen?

2. Experimentieren mit Formen und ihren Eigenschaften

Kannst du aus Dreiecken ein Objekt bauen, die ebenfalls vier Seiten hat? Und wie?
Was passiert, wenn du versuchst, zwei Dreiecke zusammenzufügen? Welche Form entsteht dabei?

3. Erörterung von Symmetrie und Mustern

Schau dir dieses Muster aus Quadraten und Dreiecken an. Kannst du die sich wiederholenden Elemente erkennen? Kannst du ein symmetrisches Muster erstellen für das du ausschließlich Kreise und Quadrate verwendest?

4. Erforschen von Körpern

Wir wollen Körper erforschen. Was sind die Unterschiede zwischen einem Würfel und einer Kugel? Wie viele Flächen hat eine Pyramide? Kannst du sie zählen und benennen?

5. Analysieren von Formeigenschaften

Welche Formen können deiner Meinung nach rollen? Kannst du erklären, warum? Was macht eine Form zu einer „regelmäßigen" Form? Kannst du Beispiele für regelmäßige Formen um uns herum finden?

6. Formen mit der realen Welt verbinden

Kannst du Beispiele für geometrische Formen im Klassenzimmer oder in deinem Zuhause finden? Welche Rolle spielen Formen in unserem alltäglichen Leben, wie z. B. bei Gebäuden oder Möbeln?

7. Förderung der kreativen Entdeckung

Kreiere eine einzigartiges Gebilde, in dem du andere Formen miteinander kombinierst. Wie kannst du Formen miteinander kombinieren um etwas Neues entstehen zu lassen? Erfinde einen neuen Körper. Welche Eigenschaften würde er haben?

Diese erweiterte Aktivität hat das Ziel, Kinder in einer dynamischen und interaktiven Lernumgebung in ihrem praktischen Forschen, kritischem Denken und beim Erfahren von einem tieferen Verständnis für geometrische Formen und Ihre Eigenschaften zu unterstützen.

SMEM Co-funded by the European Union

Geometrische Muster durch Bauen entdecken

Diese Aktivität gibt Kindern die Möglichkeit geometrische Mustern durch bauen von Strukturen mit verschiedenen Hilfsmitteln praktisch zu entdecken. Der Einstieg beginnt mit einer kurzen Diskussion über Muster, Symmetrie und die Verwendung von Formen in der Konstruktion.

Jedes Kind erhält ein Set von Baumaterialien, wie z. B. Holzklötze, magnetische Fliesen oder ineinandergreifende Würfel. Die Lernbegleitung bietet die Materialien in zugänglichen Stationen an und stellt sicher, dass eine Vielzahl von Formen – Quadrate, Rechtecke, Dreiecke und Sechsecke – zum Erforschen zur Verfügung stehen.

Die Kinder konstruieren geometrische Muster, indem sie vorgegebene Muster wiederholen und erweitern oder eigene Muster entwerfen. Die Lernbegleitung fordert sie auf, mit symmetrischen Mustern zu experimentieren, Formen abzuwechseln und Sequenzen zu schaffen, die sich wiederholen oder nach und nach wachsen. Sie stellt Fragen, die zum Nachdenken anregen, um das Verständnis der Kinder zu vertiefen. Die Kinder werden ermutigt, die Regeln für ihre Muster zu formulieren, Symmetrie zu diskutieren, die Beziehung zwischen Formen zu erforschen und Sequenzen innerhalb ihrer Designs zu erkennen.

Impulse und Leitfragen

1. Muster nachbilden

Kannst du dieses Muster mit anderen Formen nachbilden? Wie oft wiederholt sich das Muster? Kannst du dieses Muster erweitern, so dass es eine größere Fläche abdeckt? Kannst du es länger oder breiter machen?

2. Symmetrische Muster erstellen

Kannst du ein Muster erstellen, das entlang einer Linie symmetrisch ist? Wie kannst du diese Form spiegeln, um Symmetrie zu erkennen? Kannst du die linke Seite deines Musters mit der rechten Seite zur Übereinstimmung bringen?

3. Experimentieren mit Folgen

Was kommt als nächstes in deiner Mustersequenz? Kannst du eine Folge erstellen, die jedes Mal um eine weitere Form wächst? Wie kannst du die Folge so verändern, dass sich die Anzahl der Formen jedes Mal verdoppelt?

4. Identifizieren von Beziehungen zwischen Formen

Wie entscheidest du, welche Form in deinem Muster nach der vorigen kommt?
Kannst du ein Muster erstellen, bei dem jede Form halb so groß ist wie die vorherige?
Was passiert, wenn du die Formen in deinem Muster drehst oder spiegelst?

SMEM
Co-funded by the European Union

5. Förderung von Variation und Komplexität

Kannst du dein Muster ändern, um mehr Formen einzuschließen? Was passiert, wenn du in deinem Muster verschiedene Formen kombinierst? Wie kannst du dein Muster komplexer gestalten?

6. Erörtern von Mustereigenschaften

Was fällt dir an den Winkeln oder Seiten der Formen in deinem Muster auf? Wie viele Seiten haben deine Formen? Beeinflusst das dein Muster? Kannst du die Symmetrie oder Wiederholung erklären, die du in deinem Muster verwendet hast?

Die Aktivität fördert eine kollaborative Umgebung, in der Kinder ihre Muster teilen, sodass Gleichaltrige die zugrunde liegenden Regeln identifizieren und die Sequenzen gemeinsam erweitern können. Die Lernbegleitung regt zum Experimentieren an und fordert die Kinder heraus, komplexere Muster zu erstellen und Variationen zu erkunden.

Gegen Ende findet eine Reflexion statt. Kinder präsentieren ihre Kreationen, erklären die Muster, die sie erstellt haben und diskutieren die beobachtete Symmetrie, Wiederholung und geometrischen Eigenschaften. Die Lernbegleitung leitet Diskussionen über die mathematischen Prinzipien hinter ihren Mustern.

Gegen Ende des Projekts werden die Kinder ermutigt, ihre Entwürfe und Ideen mit nach Hause zu nehmen, um die weitere Erforschung geometrischer Muster zu ermöglichen. Die Lernbegleitung gibt Vorschläge zum Üben der Mustererstellung zu Hause und fördert so ein nachhaltiges Interesse an geometrischen Konzepten.

Co-funded by the European Union

Co-funded by
the European Union

Das SMEM-Projekt wird durch das ERASMUS+-Programm der Europäischen Union kofinanziert und wird von Januar 2022 bis Januar 2024 durchgeführt. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung tragen allein die Verfasser; die Europäische Kommission haftet nicht für die weitere Verwendung der darin enthaltenen Angaben.
[Projektcode: KA220-BE-21-24-32460]

IMAGINARY
open mathematics

mathematikum
Mathematik zum Anfassen.

МД
АРХИМЕДЕС
БЕОГРАД

FERMAT SCIENCE
Une autre idée des maths

CITIZENS
IN POWER

mmaca
Museu
de Matemàtiques
de Catalunya